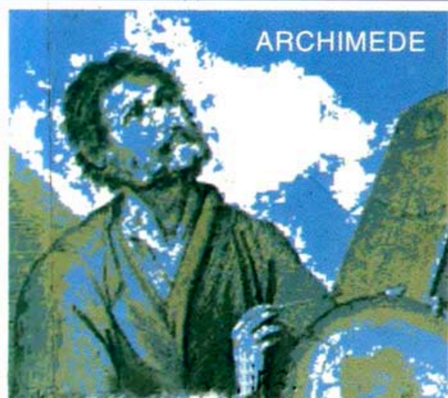
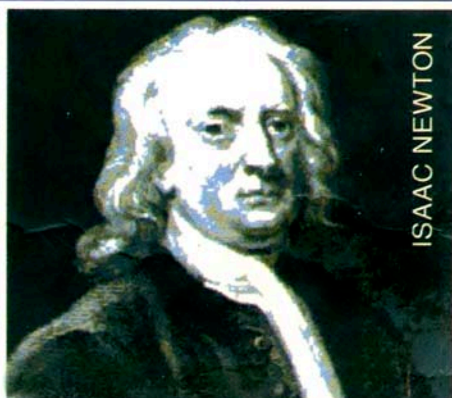
NGUYỄN HẠNH
NGUYỄN DUY LINH

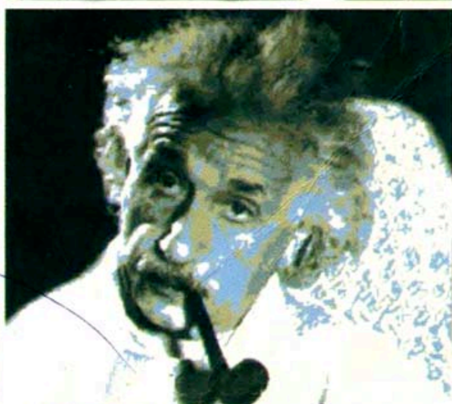
Giai thoại TOÁN HỌC







RENE DESCARTES



ALBERT EINSTEIN


NHÀ XUẤT BẢN TRẺ

Chúc mừng sinh nhật

Nguyễn Hồng Quân

Chúc Anh luôn giữ mãi

ngọn lửa đam mê ......

Hà Nội 29.11.2017

Dũng

NGUYỄN HẠNH
NGUYỄN DUY LINH

GIAI THOẠI TOÁN HỌC

NHÀ XUẤT BẢN TRẺ

Lời nói đầu

Toán học đã trải qua nhiều thời kỳ phát triển với biết bao nhiêu câu chuyện kể vui buồn. Toán học là một thành quả chung của nhân loại. Sự trưởng thành của toán học ngày nay có biết bao nhiêu công sức của những người đi trước. Con người đã biết tư duy toán học từ rất sớm, từ những sáng kiến đột xuất đến những trăn trở qua bao nhiêu năm liền để chứng minh một vấn đề toán học.

Trong quyển sách "Giai thoại toán học" này, chúng tôi giới thiệu với độc giả hai phần:

Phần 1: Sự kiện và nhân vật toán học.

Bao gồm một số câu chuyện kể về sự phát triển của toán học và tiểu sử với hình ảnh của một số nhà Toán học nổi tiếng như:

THALÈS – PYTHAGORE – ZÉNON – EUCLIDE – ARCHIMÈDE – ERATOSTHÈNE – DIOPHANTE – LƯƠNG THẾ VINH – NICOLAS COPERNIC – JOHN NÉPLER – GALILEO GALIEI – IOHANN KEPLER – RENÉ DESCARTES – CHRISTIAN HUYGENS – ISAAC NEWTON – WILGHEN LEIBNITZ – LEONHARD EULER – SIMON POISSON – VIKTOR YAKOVLEVICH BUNYAKOVSKY – EVARIST GALOIS – SAM LOYD – SOFIA VASILYEVNA KOVALEVSKAYA – CARL FRIEDRICH GAUSS – ALBERT EINSTEIN

Tiểu sử của các nhà Toán học được sắp xếp theo thứ tự năm sinh. Việc sắp xếp này giúp chúng ta nhìn thấy phần nào sự phát triển của Toán học theo năm tháng.

Phần 2: Những cái bẫy toán học và vài cách tính toán của người xưa.

Giới thiệu một số bẫy toán học thường gặp trong hình học và số học. Khi chưa sử dụng máy tính thì người xưa tính toán nhanh như thế nào. Cách tính bằng hai bàn tay, các phương pháp tính nhanh của người xưa ra sao? Cách dựng hình, chia đường thẳng và đường tròn chỉ cần cây thước kẻ và compa. Cách tính cửu chương bằng hai bàn tay của học sinh ngày xưa...

Chúng tôi mong rằng quyển sách này sẽ có mặt trên kệ sách của bạn như một quyển sách hay.

NHÀ XUẤT BẢN TRẺ

Phần 1

Sự kiện
và
Nhân vật
Toán học

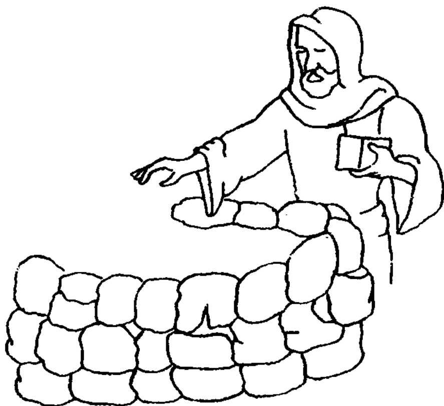
HÌNH HỌC CÓ TỪ BAO GIỜ?

Hình học đã có mặt làm bạn với con người từ rất lâu. Nó là môn khoa học về các hình, về vị trí tương đối và kích thước các thành phần của hình, cũng như về cách biến đổi hình. Mặc dù không còn tài liệu chính xác nào nói rõ môn Hình học ra đời từ bao giờ, nhưng không ai phủ nhận phương Đông là cái nôi của môn toán học này. Người ta ngầm chia sự phát triển của môn hình học thành bốn thời kỳ.

Thời kỳ thứ nhất:

Đó là thời kỳ khởi nguyên của môn hình học. Ước chừng vào trước thế kỷ thứ V trước công nguyên, ở Ai Cập, Babylon và Hy Lạp. Môn hình học ban đầu được ra đời do việc... đo chia ruộng đất. Có lẽ vì vậy nên tên gọi của môn Hình học bắt nguồn từ chữ *geometria* (nghĩa là đo ruộng). Hiện nay theo tiếng Anh, từ *geometry* nghĩa là *hình học*, nhưng từ *geometer* nghĩa là *nhà hình học* hoặc là *con sâu đo*. Như vậy giả thiết tên gọi của môn hình học như trên là có cơ sở. Con người thời đó rất cần việc đo đạc ruộng đất, đo tính diện tích, thể tích bình đựng hoặc các khối đá xây dựng đền đài – kho thóc – nhà cửa...

Các kiến thức của hình học vào thời kỳ này chỉ bao gồm các quy tắc tính diện tích và thể tích theo lối thực nghiệm. Có nhiều ý kiến của các nhà nghiên cứu cho rằng môn hình học được du nhập từ Ai Cập và Babilon qua Hy Lạp vào khoảng thế kỷ thứ VII trước Công nguyên. Người đón nhận môn hình học đầu tiên là các nhà triết học Hy Lạp.



Thời kỳ thứ hai:

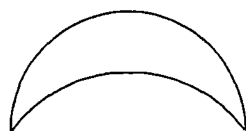
Khi các nhà triết học Hy Lạp làm quen với môn hình học cũng là lúc bắt đầu vào thời kỳ thứ hai. Lúc này, hình học được trình bày có hệ thống lôgic đúng như một môn khoa học. Các mệnh đề bắt đầu được chứng minh.



Định lý Thalès cũng được biết đến ở Hy Lạp vào thời kỳ này. Thalès đã từng đi chu du ở Ai Cập, ông đã học được nhiều kiến thức về hình học và thiên văn của các giáo sĩ. Ông biết về tổng các góc trong một tam giác, góc nội tiếp...

Pythagore đưa ra định lý mang tên ông về cạnh tam giác vuông, ông đã phát hiện ra các đoạn thẳng vô ước (số vô tỉ).

Sau Pythagore, nhà triết học Hippocrate (ở thế kỷ thứ V trước công nguyên) đã trình bày hình học theo một hệ thống trong quyển *Cơ sở hình học* và đã tính được diện tích của hình trăng khuyết.



Hình trăng khuyết

Vào thế kỷ thứ IV trước Công nguyên, Platon và học trò của ông là Aristotle đã có công đặt nền móng cho các định nghĩa và tiên đề của hình học. Rất tiếc một điều là hiện nay chưa tìm thấy công trình nào về hình học của Platon và Aristote. Môn hình học ở Hy Lạp ngày càng vươn tới đỉnh cao.

Vào thế kỷ thứ III trước Công nguyên, Euclide đã hệ thống hóa toàn bộ môn hình học sơ cấp trong bộ sách 13 quyển. Hầu như tất cả những thành tựu của hình học từ trước đến thời Euclide và những phát hiện mới của ông đều được ghi chú lại đầy đủ. Sau Euclide còn nhiều nhà khoa học khác như: Archimède, Apollonius, Eratosthène... đã có nhiều khám phá

mới để đưa môn hình học ngày càng phát triển. Môn hình học không chỉ dừng lại ở Hy Lạp mà phát triển dần sang các nước Ả Rập, Trung Á và cả Ấn Độ.

Thời kỳ thứ ba:

Môn hình học phát triển qua châu Âu. Vào nửa đầu thế kỷ XVII Descartes và Ferma đã sáng lập ra môn *hình học giải tích*. Môn hình học giải tích dựa vào phương pháp tọa độ để nghiên cứu tính chất các hình theo phương trình đại số thích hợp.

Ngoài ra, các công trình của Descartes và Pascal đã tạo những bước đầu tiên cho môn *hình học xạ ảnh*. Môn hình học xạ ảnh bước đầu biểu diễn dạng phối cảnh, phép chiếu hình từ mặt phẳng này sang mặt phẳng khác.

Qua thế kỷ XVIII, Euler và Monge đã là phát triển môn *hình học vi phân*. Môn hình học vi phân nghiên cứu các đường, các mặt bằng giải tích toán học và phép tính vi phân. Khảo sác các dạng đường cong, đường xoắn... Chính hai nhà toán học Euler và Clairot đã chuyển phương pháp tọa độ của Descartes từ hình học phẳng qua không gian ba chiều.

Thời kỳ thứ tư:

Môn hình học được nhìn ở góc độ khác, đó là sự ra đời của hình học phi Euclide hay còn được gọi là hình học Lobatsevxki, do nhà toán học Nikolai Ivanovits Lobatsevxki dựng nên. Chính Lobatsevxki cũng phải trả giá rất đắt về việc xây dựng nên môn hình học phi Euclide. Rất nhiều người chống đối ông, cuộc đời của ông vì nó mà vất vả nhưng ông vẫn dũng cảm bảo vệ chân lý. Nhiều năm sau này mọi người đã hiểu ông. Sau ông cũng có nhà toán học J. Bolyai người Hungari cũng có công trình tương tự.

Cũng vào thời kỳ này, ở cuối thế kỷ XIX, do sự phát triển mạnh các bộ môn kỹ thuật nên đã có những phát hiện mới về vectơ, tenxơ trong hình học. Do có quá nhiều tham số cần dùng đến, hình học Euclide ba chiều trở nên bị hạn chế. Trong thuyết tương đối bắt đầu xuất hiện không gian bốn chiều. Sau này trong cơ học lượng tử và một số môn khoa học khác đã phải dùng đến không gian n – chiều.

Cho đến ngày nay môn hình học đã phát triển đến đỉnh cao và không còn ranh giới giữa hình học Euclide hay hình học Lobatsevxki hay hình học Afin... Ngay môn hình học Euclide cũng được phát triển lên thành hình học Euclide nhiều chiều. Vì vậy khi nghiên cứu môn hình học, cần phải xác định không gian nghiên cứu (Euclide hay Lobatsevxki), với phương pháp nào (hình học thuần túy hay hình học giải tích...).

HÌNH HỌC GIẢI TÍCH

Tuy hình học giải tích được trình bày bởi Descartes và Ferma, nhưng nguồn gốc của nó đã có từ rất lâu. Nhiều nghiên cứu cho thấy, các nhà toán học Ai Cập cổ xưa đã dùng các tọa độ song song trong các công trình xây dựng. Các nhà thiên văn Hy Lạp ở thế kỷ thứ II trước Công nguyên đã ứng dụng tọa độ cầu (vĩ độ và kinh độ) để xác định vị trí các điểm trên trái đất. Tuy nhiên do chưa có ký hiệu bằng chữ và số nên không phát triển sâu hơn.

Hình học giải tích nghiên cứu các hình bằng công cụ đại số, dựa trên hệ tọa độ. Hình học giải tích phẳng thường ở hai dạng chính như sau:

Dạng 1:

Đường là quỹ tích của các điểm theo một tính chất nào đó. Khi tìm phương trình của đường có nghĩa là tìm phương trình liên hệ tọa độ của các điểm trên đường đó.

Dạng 2:

Để tìm các tính chất hình học của một đường, cần biết phương trình liên hệ tọa độ (x,y) của hai điểm thuộc đường đó. Ví dụ: Phương trình của đường tròn bán kính r có tâm O(a, b) ở tọa độ vuông góc là một phương trình bậc hai chứa tích các tọa độ, trong đó hệ số của x^2 và y^2 bằng nhau.

Nhìn một cách khái quát hơn, mỗi điểm trên hệ tọa độ phẳng được xác định bởi hai đường tọa độ. Vậy hai điểm trên mặt phẳng sẽ được xác định bởi hai cặp đường tọa độ khác nhau, tạo nên lưới tọa độ.

HÌNH HỌC PHI EUCLIDE

Những hệ thống hình học khác với hình học Euclide được gọi là hình học phi Euclide. Tuy nhiên, ở đây chúng ta đề cập đến hình học Lobatsevxki. Thật ra, hình học Lobatsevxki chỉ khác với hình học Euclide ở tiên đề các đường thẳng song song.

Tiên đề Euclide khẳng định rằng: *Qua một điểm không nằm trên một đường thẳng, chỉ có một đường thẳng nằm trong cùng một mặt phẳng với đường thẳng đã cho và không cắt đường thẳng đó.*

Hình học Lobatsevxki cũng thừa nhận như vậy nhưng chứng minh rằng còn có vô số các đường thẳng như vậy. Hình học phi Euclide còn phát xuất từ nhiều nhà toán học khác. Ví dụ như nhà toán học Riemann thì cho rằng hai đường thẳng nằm trên cùng một mặt phẳng thì bao giờ cũng cắt nhau. Ông cho rằng sự sắp xếp các điểm trên đường thẳng tương ứng với sự sắp xếp các điểm trên đường tròn, khác với khái niệm của Euclide và Lobatsevxki cho rằng sự sắp xếp các điểm trên đường thẳng là tuyến tính (khái niệm các số thực).

Với hình học Euclide thì tổng các góc trong một tam giác thì bằng hai góc vuông. Diện tích của tam giác và tổng các góc trong tam giác chẳng có gì phụ thuộc nhau cả.

Với hình học Lobatsevxki thì tổng các góc trong một tam giác thì bé hơn hai góc vuông. Diện tích một tam giác được tính theo công thức:

$$S = R^2 (\pi - \alpha - \beta - \gamma)$$

Trong đó, α, β, γ là các góc của tam giác.

Với hình học Riemann thì tổng các góc trong một tam giác thì lớn hơn hai góc vuông. Diện tích một tam giác được tính theo công thức:

$$S = R^2 (\alpha + \beta + \gamma - \pi)$$

Trong đó, α, β, γ là các góc của tam giác.

CHỮ SỐ CÓ TỪ BAO GIỜ?

Chữ số có thể biểu diễn bằng nhiều cách khác nhau tùy theo từng dân tộc. Chữ số được biến đổi theo thời gian và theo sự phát triển của xã hội.

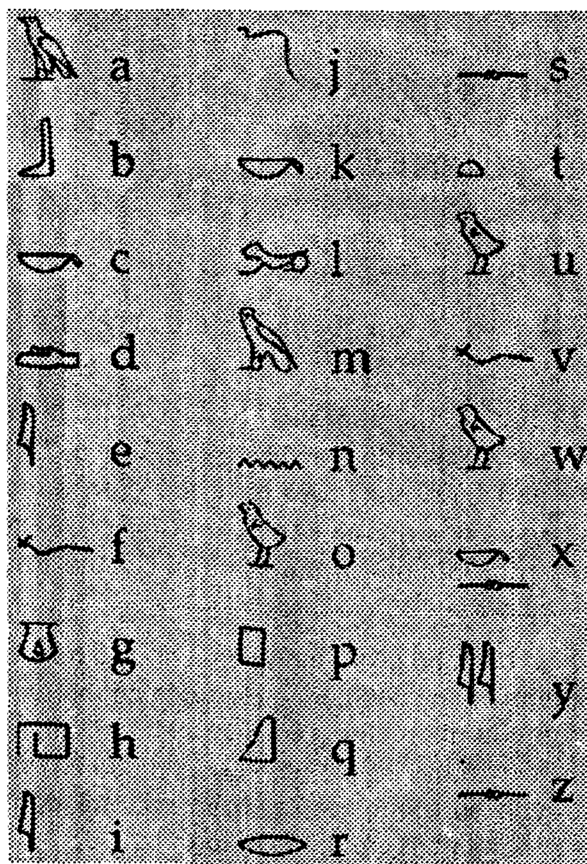
Chữ số Ai Cập:

Đầu tiên chữ số được thể hiện bằng chữ tượng hình. Xưa nhất là chữ số Babylon và Ai Cập cổ. Nếu như ngày nay, khi ngồi trong giảng đường, bạn muốn chuyển thông tin mời bạn gái của mình đi ăn cơm "bụi" vào buổi trưa thì thật là đơn giản. Chỉ cần viết vào một mẩu giấy nhỏ: "Gặp nhau vào buổi trưa ở quán cơm... nhé", thế là xong.

Nhưng ngày xưa chẳng đơn giản như vậy, người ta dùng hình tượng để thể hiện ý tưởng nên phải vẽ công phu và khó diễn đạt hết ý tưởng. Ví dụ chúng ta xem chữ viết hình tượng sau đây:



Ồ! Đó là hình hai con chim, một nửa vầng trăng, cái lông chim và hình ô-van. Nửa vầng trăng có lẽ là tảng đá nổi trên mặt đất, hình ô-van có thể là cái lỗ trên mặt đất. Hình tượng ấy có lẽ nói rằng có hai con chim đang đứng ở tảng đá. Khi gặp sự cố sẽ nhảy trốn vào lỗ dưới đất. Thật ra đối với các nhà khảo cổ học thì đó là từ "nước". Để giải mã được hình tượng người ta dựa vào sơ đồ sau:



Con chim đầu tiên là chữ 'w', con chim thứ hai là chữ 'a', nửa vầng trăng là chữ 't', cái lông chim là chữ 'e', cái hình ô-van là chữ 'r'. Ghép lại là 'water' nghĩa là nước. Tất nhiên đây chỉ là điều ví dụ chứ không phải người xưa biết tiếng Anh đâu. Tuy nhiên các hình tượng trên sơ đồ đều được biên dịch ra ký tự tương ứng với chữ viết sau này của người Ai Cập cổ.

Chữ số La Mã:

Chữ số La Mã dùng viết các số nguyên dương:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Khi cần viết một số lớn với số La Mã thật bất tiện. Vì vậy, ngày nay người ta chỉ còn dùng số La Mã để đánh số tiêu đề, chương, mục trong sách vở.

Chữ số Ả Rập:

Chữ số Ả Rập có tên gọi như sau: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Ban đầu chữ số này phát xuất từ Ấn Độ, truyền qua Ả Rập vào thế kỷ thứ XI, sau đó truyền qua châu Âu. Cho đến nay chữ số này phổ biến nhất trên toàn thế giới, được sử dụng trong toán học và các ngành liên quan. Chữ số Ả Rập dễ dàng tính toán trong hệ nhị phân, thập phân... Có thể ứng dụng để tính số âm, số vô tỉ...

Nhờ sự cải tiến chữ số và thống nhất chữ số nên toán học đã phát triển nhanh chóng. Hiện nay, chúng ta có thể chưa hiểu hết các ngôn ngữ của nhau nhưng nhìn vào những con số trên một vài bài toán vẫn có thể hiểu được nội dung của bài toán ấy. Tất nhiên, bên cạnh sự thống nhất chữ số phải kể đến tầm quan trọng của sự thống nhất các ký hiệu toán học.

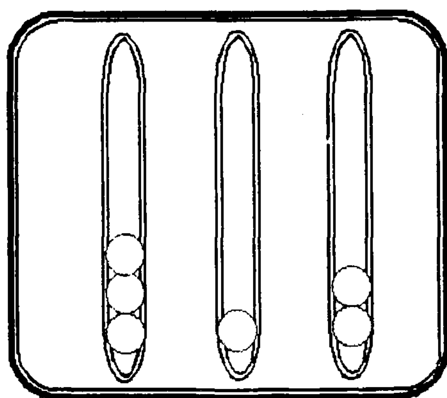
BÀN TÍNH

Không rõ bàn tính đầu tiên xuất hiện trên trái đất từ lúc nào và do ai sáng tạo ra. Tuy nhiên, những người Babylon ngày xưa đã biết sử dụng bàn tính một cách thành thạo.

Bàn tính của họ có thể là nền đất hoặc một cái bảng bằng đất nung phẳng. Trên mặt bàn tính họ làm ba khe nhỏ dài song song nhau. Họ dùng các viên bi để làm dụng cụ đếm.

Khe bên phải chứa những viên bi đại diện cho các số hàng đơn vị. Khe ở giữa chứa những viên bi đại diện cho các số hàng chục. Khe ở bên trái chứa những viên bi đại diện cho các số hàng trăm.

Ví dụ với số 312, khe bên phải có 2 viên bi, khe ở giữa có 1 viên bi, khe bên trái có 3 viên bi.



Nếu muốn làm phép cộng, giả sử như: 312 + 459, người ta làm theo thứ tự như sau:

- Xếp bi thành số 312 theo ví dụ trên.
- Thêm 9 viên bi vào khe bên phải, 5 viên bi vào khe giữa và 4 viên bi vào khe bên trái.

- Như vậy khe phải có 9 + 2 = 11 viên bi. Bỏ 10 viên bi ở khe bên phải ra ngoài và thêm vào khe giữa 1 viên bi. Khe phải còn lại 11 – 10 = **1 viên bi**.
- Lúc này số bi ở khe giữa là 1 + 5 + 1 = **7 viên bi**.
- Số bi ở khe bên trái là 3 + 4 = **7 viên bi**.
- Kết quả cuối cùng là : 312 + 459 = 771

SỐ π (PI)

Số π (pi) là tỉ số độ dài của đường tròn với đường kính của nó. Số π không tính được một cách đầy đủ, vì đó là một số thập phân vô hạn không tuần hoàn (π = 3,14159265...).

Người Ai Cập cổ tính giá trị gần đúng của số π như sau:

$$\pi \approx \frac{256}{81} = 3{,}16049$$

Người La Mã lấy $\pi = 3\frac{1}{8} \approx 3{,}125$

Vào thế kỷ thứ III trước Công nguyên, nhà toán học Archimède đã tính số π như sau:

$$\pi \approx 3\frac{10}{71} = 3{,}14084$$

Thế kỷ thứ II, có nhà khoa học Trung Quốc tính số π như sau:

$$\pi = \sqrt{10} \approx 3{,}16227766016837933...$$

Vào giữa thế kỷ thứ V, nhà toán học Trung Quốc tên Zu Sun Sii đã tìm ra giá trị gần đúng của số π.

$$\pi \approx \frac{355}{113} = 3{,}141592920...$$

Năm 1674, nhà toán học Leibnitz đã đưa ra chuỗi biểu diễn số π:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots$$

Kí hiệu π lấy từ chữ Hy Lạp, được nhà toán học Anh Johnson sử dụng vào năm 1706.

Sau này, vào năm 1736 được nhà toán học Euler sử dụng trong các công trình khoa học của mình.

Cuối thế kỷ thứ 18, nhà toán học người Đức J. Lambert và nhà toán học người Pháp A. Legendre chứng minh số π là một số vô tỷ. Năm 1882, nhà toán học người Đức F. Lindemann đã chứng minh số π là số siêu việt. Từ đó ông kết luận, không thể dùng thước để kẻ chính xác một đoạn thẳng có giá trị bằng số π, mà chỉ có thể dùng compa và thước kẻ để dựng hình.

Năm 1949, với máy tính người ta tính được π với 1120 chữ số thập phân. Năm 1961, người ta tính được con số π với 100625 chữ số thập phân. Năm 1974, người ta tính được con số π với một triệu chữ số thập phân.

Ngày nay để nhớ được con số π với phần thập phân thật dài, người ta đặt ra những bài thơ với nhiều chữ, mỗi chữ có một số ký tự tương ứng với vị trí số thập phân của số π. Ví dụ vần thơ tiếng Pháp sau:

"Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages

Immortel Archimède, sublime ingénieur,

Qui de ton jugement peut sonder la valeur?

Pour moi ton problème eut de pareils avantages."

Số chữ trong một từ tương ứng với chữ số trong số π.

Với chữ *Que* có 3 chữ, vậy nó biểu diễn cho số 3.

Với chữ *j'* biểu diễn cho số 1 và dấu thập phân (,).

Với chữ *aime* biểu diễn cho số 4.

Với chữ *à* biểu diễn cho số 1.

Với chữ *faire* biểu diễn cho số 5.

Với chữ *apprendre* biểu diễn cho số 9.

Số π biểu diễn qua câu thơ trên là:

3,141592653589793238462643383279.

Ngoài ra, người ta còn biểu diễn số π qua câu tiếng Anh sau:

See I have a rhyme assisting

My feeble brain, its tasks oft-times resisting.

Qua bao đời, người ta vẫn say mê tìm ra cách tính toán con số π một cách chính xác nhất. Qua thống kê người ta có danh sách những nhà khoa học đã tính toán con số π như sau:

TT	TÊN	NĂM	SỐ TÍNH/CHÍNH XÁC ĐẾN
1.	Rhind papyrus	2000 BC	3.16045 (= $4(8/9)^2$)
2.	Archimedes	250 BC	3.1418
3.	Vitruvius	20 BC	3.125 (= 25/8)
4.	Chang Hong	130	3.1622 (= 10)
5.	Ptolemy	150	3.14166
6.	Wang Fan	250	3.155555 (=142/45)
7.	Liu Hui	263	3.14159
8.	Tsu Ch'ung Chi	480	3.141592920 (= 355/113)
9.	Aryabhata	499	3.1416 (=62832/2000)
10.	Brahmagupta	640	3.1622 (= 10)
11.	Al-Khwarizmi	800	3.1416
12.	Fibonacci	1220	3.141818

13. Madhava	1400	3.14159265359
14. Al-Kashi	1430	3.14159265358979
15. Otho	1573	3.1415929
16. Viète	1593	3.1415926536
17. Romanus	1593	3.141592653589793
18. Van Ceulen	1596	3.14159265358979323846
19. Van Ceulen	1596	3.14159265358979323846264338327950 29
20. Newton	1665	3.1415926535897932
21. Sharp	1699	chính xác đến 71 số
22. Seki Kowa	1700	chính xác đến 10 số
23. Kamata	1730	chính xác đến 25 số
24. Machin	1706	chính xác đến 100 số
25. De Lagny	1719	chính xác đến 112 số
26. Takebe	1723	chính xác đến 41 số
27. Matsunaga	1739	chính xác đến 50 số
28. Von Vega	1794	chính xác đến 136 số
29. Rutherford	1824	chính xác đến 152 số
30. Strassnitzky, Dase	1844	chính xác đến 200 số
31. Clausen	1847	chính xác đến 248 số
32. Lehmann	1853	chính xác đến 261 số
33. Rutherford	1853	chính xác đến 440 số
34. Shanks	1874	chính xác đến 527 số
35. Ferguson	1946	chính xác đến 620 số

Hiện đại hơn, đây là danh sách các nhà khoa học đã dùng máy tính hỗ trợ cho việc tính con số π:

Nhà toán học	Năm	Chính xác đến	Máy tính
Ferguson	1 - 1947	710	Desk calculator
Ferguson, Wrench	9 -1947	808	Desk calculator
Smith, Wrench	1949	1120	Desk calculator
Reitwiesner et al.	1949	2037	ENIAC
Nicholson, Jeenel	1954	3092	NORAC
Felton	1957	7480	PEGASUS
Genuys	1 - 1958	10000	IBM 704
Felton	5 - 1958	10021	PEGASUS
Guilloud	1959	16167	IBM 704
Shanks, Wrench	1961	100265	IBM 7090
Guilloud, Filliatre	1966	250000	IBM 7030
Guilloud, Dichampt	1967	500000	CDC 6600
Guilloud, Bouyer	1973	1001250	CDC 7600
Miyoshi, Kanada	1981	2000036	FACOM M-200
Guilloud	1982	2000050	
Tamura	1982	2097144	MELCOM 900II
Tamura, Kanada	1982	4194288	HITACHI M-280H
Tamura, Kanada	1982	8388576	HITACHI M-280H
Kanada, Yoshino, Tamura	1982	16777206	HITACHI M-280H
Ushiro, Kanada	Oct 1983	10013395	HITACHI S-810/20
Gosper	Oct 1985	17526200	SYMBOLICS 3670
Bailey	1 - 1986	29360111	CRAY-2
Kanada, Tamura	9 - 1986	33554414	HITACHI S-810/20
Kanada, Tamura	10 - 1986	67108839	HITACHI S-810/20
Kanada, Tamura, Kubo	1 - 1987	134217700	NEC SX-2
Kanada, Tamura	1 - 1988	201326551	HITACHI S-820/80
Chudnovskys	5 - 1989	480000000	
Chudnovskys	6 - 1989	525229270	
Kanada, Tamura	7 - 1989	536870898	

Chudnovskys	8 - 1989	1011196691	
Kanada, Tamura	11 - 1989	1073741799	
Chudnovskys	8 - 1991	2260000000	
Chudnovskys	5 - 1994	4044000000	
Kanada, Tamura	6 - 1995	3221225466	
Kanada	8 - 1995	4294967286	
Kanada	10 - 1995	6442450938	
Kanada, Takahashi	8 - 1997	51539600000	HITACHI SR2201
Kanada, Takahashi	9 - 1999	206158430000	HITACHI SR8000

Cách tính số π có nhiều dạng. Tuy nhiên người ta thống kê lại để tìm ra những phân số tương đương như:

22/7 = 3,142857142857142857142857142857

179/57 = 3,140350877192982456140350877192

201/64 = 3,140625000000000000000000000000

223/71 = 3,140845070422535211267605633802

245/78 = 3,141025641025641025641025641025

267/85 = 3,141176470588235294117647058823

289/92 = 3,141304347826086956521739130434

311/99 = 3,141414141414141414141414141414

333/106 = 3,141509433962264150943396226415

355/113 = 3,141592920353982300884955752212

52163/16604 = 3,141592387376535774512165743194

52518/16717 = 3,141592390979242687085003290064

52873/16830 = 3,141592394533571004159239453357

53228/16943 = 3,141592398040488697397155167325

53583/17056	=	3,141592401500938086303939962476
53938/17169	=	3,141592404915836682392684489486
54293/17282	=	3,141592408286078000231454692743
54648/17395	=	3,141592411612532336878413337165
55003/17508	=	3,141592414896047521133196253141
55358/17621	=	3,141592418137449633959480165711
55713/17734	=	3,141592421337543701364610352994
56068/17847	=	3,141592424497114360957023589398
56423/17960	=	3,141592427616926503340757238307
56778/18073	=	3,141592430697725889448348364964
----------------	=	---

SỐ KHÔNG

Ai đã tìm ra số không? Một câu hỏi thật khó trả lời cho chính xác. Nhưng chắc một điều là số không được xem như là một phát hiện quan trọng trong toán học buổi sơ khai. Người phát hiện ra số không quả là một thiên tài. Dựa vào những ghi chép lịch sử khác nhau, chúng ta thấy số không được hình thành với những khái niệm hơi khác nhau.

Từ ban đầu, các nhà toán học đã nhận ra sự hiện diện của số không một cách lờ mờ. Như thế số không được phát hiện nhờ trực giác. Người ta thấy có hai trường hợp cần đến nó:

- Trước khi đếm số 1, người ta cảm thấy phải có một con số gì trước đó để chỉ cho việc không có gì. Vậy thì phải là con số không.
- Khi đếm đến 101, người ta thấy được vai trò thứ hai của con số không. Đó là vai trò xác định vị trí trong hệ thống đếm của các số hạng khác trong chữ số. Số 1 ban đầu

bên phải thuộc hàng đơn vị, số không là hàng chục, số 1 bên trái là hàng trăm. Nếu trong trường hợp này không thể bỏ số không đi được, vì như vậy số còn lại là 11.

Những con số trong toán học buổi sơ khai rất cụ thể, không có những khái niệm trừu tượng như hiện nay. Nghĩa là người ta chỉ hiểu có 5 hoặc 7 con ngựa, chứ không hiểu được là có 0 hoặc –5 con ngựa. Chính vì vậy mà cho đến 1700 trước Công nguyên, nền văn minh Babylon chưa có khái niệm số không.

Trên những bảng bằng đất sét chưa nung của người Babylon, người ta thấy những con số được ghi bằng ký hiệu những hình nêm. Nhưng đến khoảng 400 năm trước Công nguyên người ta mới thấy xuất hiện ký hiệu của con số không (hai hình nêm nằm ngang chèn lên nhau) trong chữ số của người Babylon, nhưng chưa được dùng phổ biến. Tuy vậy, hình hai cái nêm không phải là ký hiệu duy nhất của số không. Người ta tìm thấy một số tấm bảng có niên đại 700 trước Công nguyên ở Kish, thành phố Mesopotamian cổ ở phía đông Babylon, nay thuộc phía nam trung tâm Iraq. Tấm bảng này có một ký hiệu khác cho số không, đó là ba cái móc nối nhau.

Thế tại sao người Babylon xưa kia ít chú trọng đến số không? Đơn giản vì lúc ấy hình học phát triển mạnh hơn. Do nhu cầu thực tế, người ta cần phân chia đất đai nên hình học phát triển mạnh. Các nhà nghiên cứu cho rằng, người Babylon xưa đã biết cách xác định chu vi đường tròn bằng cách lấy đường kính nhân cho $3\frac{1}{8}$.

Sau này, nền văn minh Hy Lạp phát triển. Các nhà thiên văn Hy Lạp đã thường xuyên dùng đến số không và bắt đầu dùng ký hiệu O. Ký hiệu số không này hiện nay chúng ta vẫn còn sử dụng. Vậy nguồn gốc ký hiệu "O" ở đâu ra? Một số nhà nghiên cứu cho rằng, đó là từ chữ *omicron* (chữ o của Hy Lạp), chữ số đầu tiên của Hy Lạp nghĩa là không (ouden).

Có một số người đưa ra lời giải thích khác. Ký hiệu O xuất xứ từ chữ *obol*, đó là đồng tiền cổ của Hy Lạp, nó có giá trị rất thấp, có thể nói là không có gì.

Ptolemy (85 - 165) là một nhà thiên văn và địa lý của Hy Lạp, người đưa ra thuyết tâm địa cầu, ông đã ứng dụng ký hiệu O trong tính toán thiên văn của mình. Ptolemy đã đưa ký hiệu số không vào giữa những chữ số khác trong hệ thống đếm. Số không vừa là số bắt đầu, vừa là con số hàng chục, hàng trăm... Rất tiếc sau Ptolemy, người ta ít dùng đến ký hiệu số không. Số không lại rơi vào quên lãng một thời gian.

Một số nhà nghiên cứu cho rằng, tiếp theo Hy Lạp là Ấn Độ đã dùng đến số không. Ấn Độ là nơi có hệ thống đếm phát triển từ rất sớm nhờ các nhà thiên văn Hy Lạp, họ dùng số không để biểu thị sự trống rỗng.

28.915 SỐ NGUYÊN TỐ LẺ

Chúng ta đã biết rằng, với mọi số tự nhiên p>1 chỉ có hai ước số p và 1 đều là số nguyên tố. Tất nhiên số 1 không phải là số nguyên tố, vì số 1 chỉ có một ước số. Để tìm ra được số nguyên tố, từ thế kỷ thứ 3 trước Công nguyên, nhà bác học cổ Hy Lạp Eratosthène đã đưa ra quy tắc *sàng*. Quy tắc sàng rất đơn giản, ví dụ khi cần tìm các số tự nhiên từ 2 đến 100, chúng ta gạch bỏ các số không phải là số nguyên tố (các bội của 2, 3, 5, 7), những số còn lại là số nguyên tố. Theo cách đó, người ta dùng máy vi tính để tính toán ra 28.915 số nguyên tố lẻ đầu tiên, nếu viết đầy đủ ra giấy chúng ta phải mất khoảng 150 trang sách.

3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89; 97; 101; 103; 107; 109; 113; 127; 131; 137; 139; 149; 151; 157; 163; 167; 173; 179; 181; 191; 193; 197; 199; 211; 223; 227; 229; 233; 239; 241; 251; 257; 263; 269; 271; 277; 281; 283; 293; 307; 311; 313; 317; 331; 337; 347; 349; 353; 359; 367; 373; 379; 383; 389; 397; 401; 409; 419; 421; 431; 433; 439;

Có một số người đưa ra lời giải thích khác. Ký hiệu O xuất xứ từ chữ *obol*, đó là đồng tiền cổ của Hy Lạp, nó có giá trị rất thấp, có thể nói là không có gì.

Ptolemy (85 - 165) là một nhà thiên văn và địa lý của Hy Lạp, người đưa ra thuyết tâm địa cầu, ông đã ứng dụng ký hiệu O trong tính toán thiên văn của mình. Ptolemy đã đưa ký hiệu số không vào giữa những chữ số khác trong hệ thống đếm. Số không vừa là số bắt đầu, vừa là con số hàng chục, hàng trăm... Rất tiếc sau Ptolemy, người ta ít dùng đến ký hiệu số không. Số không lại rơi vào quên lãng một thời gian.

Một số nhà nghiên cứu cho rằng, tiếp theo Hy Lạp là Ấn Độ đã dùng đến số không. Ấn Độ là nơi có hệ thống đếm phát triển từ rất sớm nhờ các nhà thiên văn Hy Lạp, họ dùng số không để biểu thị sự trống rỗng.

28.915 SỐ NGUYÊN TỐ LẺ

Chúng ta đã biết rằng, với mọi số tự nhiên p>1 chỉ có hai ước số p và 1 đều là số nguyên tố. Tất nhiên số 1 không phải là số nguyên tố, vì số 1 chỉ có một ước số. Để tìm ra được số nguyên tố, từ thế kỷ thứ 3 trước Công nguyên, nhà bác học cổ Hy Lạp Eratosthène đã đưa ra quy tắc *sàng*. Quy tắc sàng rất đơn giản, ví dụ khi cần tìm các số tự nhiên từ 2 đến 100, chúng ta gạch bỏ các số không phải là số nguyên tố (các bội của 2, 3, 5, 7), những số còn lại là số nguyên tố. Theo cách đó, người ta dùng máy vi tính để tính toán ra 28.915 số nguyên tố lẻ đầu tiên, nếu viết đầy đủ ra giấy chúng ta phải mất khoảng 150 trang sách.

3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89; 97; 101; 103; 107; 109; 113; 127; 131; 137; 139; 149; 151; 157; 163; 167; 173; 179; 181; 191; 193; 197; 199; 211; 223; 227; 229; 233; 239; 241; 251; 257; 263; 269; 271; 277; 281; 283; 293; 307; 311; 313; 317; 331; 337; 347; 349; 353; 359; 367; 373; 379; 383; 389; 397; 401; 409; 419; 421; 431; 433; 439;

3217; 3221; 3229; 3251; 3253; 3257; 3259; 3271; 3299; 3301; 3307; 3313; 3319; 3323; 3329; 3331; 3343; 3347; 3359; 3361; 3371; 3373; 3389; 3391; 3407; 3413; 3433; 3449; 3457; 3461; 3463; 3467; 3469; 3491; 3499; 3511; 3517; 3527; 3529; 3533; 3539; 3541; 3547; 3557; 3559; 3571; 3581; 3583; 3593; 3607; 3613; 3617; 3623; 3631; 3637; 3643; 3659; 3671; 3673; 3677; 3691; 3697; 3701; 3709; 3719; 3727; 3733; 3739; 3761; 3767; 3769; 3779; 3793; 3797; 3803; 3821; 3823; 3833; 3847...

Số nguyên tố lẻ có rất nhiều, trong khi đó số nguyên tố chẵn chỉ có một số duy nhất, đó là số 2. Thật quá khiêm tốn.

999 SỐ GIAI THỪA

Trong chúng ta chắc không ai đủ kiên nhẫn và đủ thời gian để bắt tay vào tính toán 999 con số giai thừa. Tất nhiên là từ số 1 đến số 999. Thế mà đã có người tính được rồi đấy! Nhưng cũng chẳng đáng ngạc nhiên lắm vì họ phải dùng đến máy tính và phần mềm C++ để hỗ trợ. Người ta đã tính được các số giai thừa sau đây:

1! = 1

2! = 2 x 1 = 2

3! = 3 x 2 x 1 = 6

4! = 4 x 3 x 2 x 1 = 24

5! = 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 120

6! = 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 720

7! = 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 5.040

Nếu nhập đầy đủ các phép tính giai thừa từ 1! đến 999! chúng ta cần dùng đến khoảng 650 trang sách với khổ hiện đang sử dụng. Các bạn có thể hình dung phép tính 999! bằng bao nhiêu? Thật đáng sợ, kết quả gồm có 858 chữ số, đó là số:

402.387.260.077.093.773.543.702.433.923.003.985.719.374.864.
210.714.632.543.799.910.429.938.512.398.629.020.592.044.208.
486.969.404.800.479.988.610.197.196.058.631.666.872.994.808.
558.901.323.829.669.944.590.997.424.504.087.073.759.918.823.
627.727.188.732.519.779.505.950.995.276.120.874.975.462.497.
043.601.418.278.094.646.496.291.056.393.887.437.886.487.337.
119.181.045.825.783.647.849.977.012.476.632.889.835.955.735.
432.513.185.323.958.463.075.557.409.114.262.417.474.349.347.
553.428.646.576.611.667.797.396.668.820.291.207.379.143.853.
719.588.249.808.126.867.838.374.559.731.746.136.085.379.534.
524.221.586.593.201.928.090.878.297.308.431.392.844.403.281.
231.558.611.036.976.801.357.304.216.168.747.609.675.871.348.
312.025.478.589.320.767.169.132.448.426.236.131.412.508.780.
208.000.261.683.151.027.341.827.977.704.784.635.868.170.164.
365.024.153.691.398.281.264.810.213.092.761.244.896.359.928.
705.114.964.975.419.909.342.221.566.832.572.080.821.333.186.
116.811.553.615.836.546.984.046.708.975.602.900.950.537.616.
475.847.728.421.889.679.646.244.945.160.765.353.408.198.901.
385.442.487.984.959.953.319.101.723.355.556.602.139.450.399.
736.280.750.137.837.615.307.127.761.926.849.034.352.625.200.
015.888.535.147.331.611.702.103.968.175.921.510.907.788.019.
393.178.114.194.545.257.223.865.541.461.062.892.187.960.223.
838.971.476.088.506.276.862.967.146.674.697.562.911.234.082.
439.208.160.153.780.889.893.964.518.263.243.671.616.762.179.
168.909.779.911.903.754.031.274.622.289.988.005.195.444.414.
282.012.187.361.745.992.642.956.581.746.628.302.955.570.299.
024.324.153.181.617.210.465.832.036.786.906.117.260.158.783.
520.751.516.284.225.540.265.170.483.304.226.143.974.286.933.
061.690.897.968.482.590.125.458.327.168.226.458.066.526.769.
958.652.682.272.807.075.781.391.858.178.869.652.208.164.348.
344.825.993.266.043.367.660.176.999.612.831.860.788.386.150.
279.465.955.131.156.552.036.093.988 180.612.138.558.600.301.
435.694.527.224.206.344.631.797.460.594.682.573.103.790.084.
024.432.438.465.657.245.014.402.821.885.252.470.935 190.620.
929.023.136.493.273.497.565.513.958.720.559.654.228.749.774.

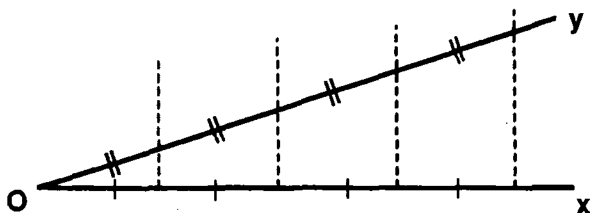
011.413.346.962.715.422.845.862.377.387.538.230.483.865.688.
976.461.927.383.814.900.140.767.310.446.640.259.899.490.222.
221.765.904.339.901.886.018.566.526.485.061.799.702.356.193.
897.017.860.040.811.889.729.918.311.021.171.229.845.901.641.
921.068.884.387.121.855.646.124.960.798.722.908.519.296.819.
372.388.642.614.839.657.382.291.123.125.024.186.649.353.143.
970.137.428.531.926.649.875.337.218.940.694.281.434.118.520.
158.014.123.344.828.015.051.399.694.290.153.483.077.644.569.
099.073.152.433.278.288.269.864.602.789.864.321.139.083.506.
217.095.002.597.389.863.554.277.196.742.822.248.757.586.765.
752.344.220.207.573.630.569.498.825.087.968.928.162.753.848.
863.396.909.959.826.280.956.121.450.994.871.701.244.516.461.
260.379.029.309.120.889.086.942.028.510.640.182.154.399.457.
156.805.941.872.748.998.094.254.742.173.582.401.063.677.404.
595.741.785.160.829.230.135.358.081.840.096.996.372.524.230.
560.855.903.700.624.271.243.416.909.004.153.690.105.933.983.
835.777.939.410.970.027.753.472.000.000.000.000.000.000.000.
000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.
000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.
000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.
000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.
000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000

Nếu ai đó trong chúng ta cảm thấy không tin tưởng xin cứ mạnh dạn làm phép tính giai thừa của 999. Một điều chắc chắn rằng người làm phép tính 999! bằng tay sẽ được cả thế giới biết đến, vì tên tuổi của họ sẽ được ghi lại trong kỷ lục Guinness.

THALÈS (Miletus, Asia Minor 624B.C – Miletus, Asia Minor 547B.C)



Thalès là người thành phố Miletus – Asia Minor nay thuộc Thổ Nhĩ Kỳ. Ông là nhà thiên văn và toán học cổ Hy Lạp nổi tiếng. Thalès cho rằng nguồn gốc của mọi vật là từ nước. Thalès đã đưa ra định lý nổi tiếng mang tên ông. Định lý Thalès là một trong các định lý hình học sơ cấp về đoạn thẳng tỷ lệ. Ông phát biểu rằng; nếu trên một cạnh của một góc ta đặt từ đỉnh các đoạn bằng nhau và qua các đầu mút của chúng ta kẻ các đường song song cắt cạnh thứ hai của góc thì các đường song song đó định trên cạnh thứ hai những đoạn bằng nhau.



Minh họa: Cho trước một góc xOy. Trên cạnh Ox, từ đỉnh chúng ta dựng bốn đoạn bằng nhau.

Từ đầu mút của các đoạn vừa chia trên Ox, kẻ các đường song song (nét đứt đoạn) với nhau.

Các đường ấy sẽ cắt và chia trên Oy bốn đoạn bằng nhau tương ứng.

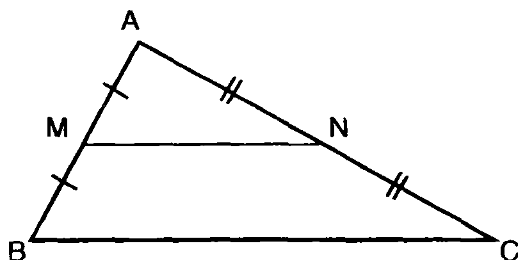
Trường hợp đặc biệt của định lý Thalès là đường trung bình hay còn gọi là trung đoạn của tam giác.

Minh họa: Cho trước một tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AB.

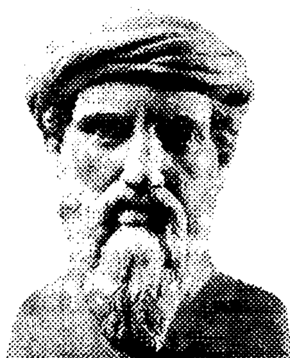
Từ M kẻ đường song song với BC, đường ấy sẽ cắt AC tại trung điểm N.

MN được gọi là đường trung bình hoặc là trung đoạn của tam giác ABC.

Trên một tam giác với ba cạnh, chúng ta có thể tạo ra ba trung đoạn tương ứng.



PYTHAGORE (Samos, Ionia 569B.C – 475B.C)



Pythagore là một nhà khoa học cổ Hy Lạp. Tuy là khoa học nhưng ông lại mê tín vào các con số. Pythagore cho rằng con số 6 là một số linh thiêng, bởi vì:

$$1 + 2 + 3 = 1 . 2 . 3 = \mathbf{6}$$

Tổng của ba số liên tiếp 1: 2: 3 bằng tích ba số 1; 2; 3 và co giá trị bằng 6.

Ngoài ra ông còn thích phú với phát hiện của mình. Đó là tổng của 4 số tự nhiên đầu tiên bằng 10. môt con số tuyệt vời.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

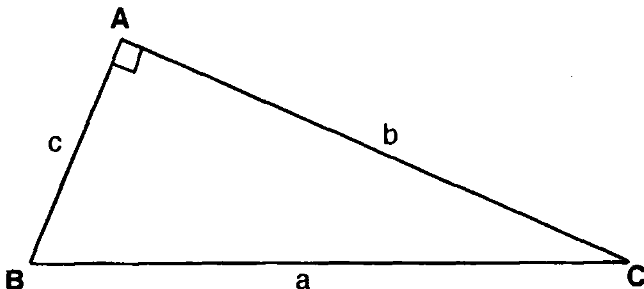
Pythagore đã chứng minh một định lý nổi tiếng mang tên ông về các cạnh của tam giác vuông. Mặc dù trước đó người ta đã biết được định lý này.

Định lý Pythagore được phát biểu như sau:

"Trong một tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương các cạnh góc vuông".

Nói cách khác cho rõ hơn:

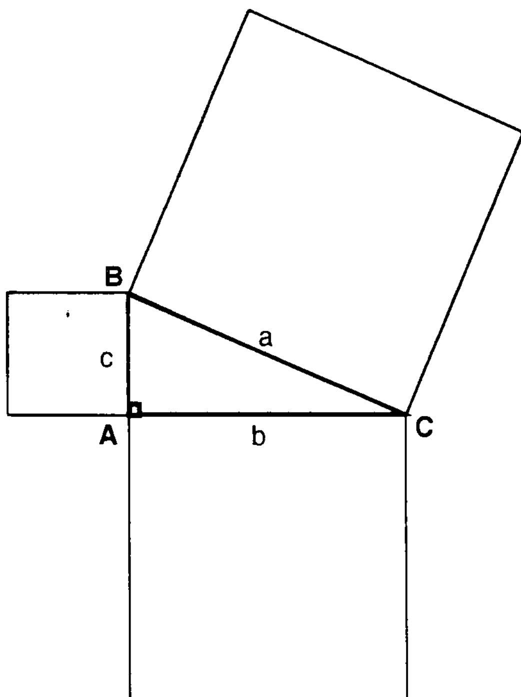
"Nếu các cạnh của một tam giác vuông được đo theo cùng một đơn vị dài thì bình phương độ dài cạnh huyền bằng tổng bình phương độ dài của các cạnh góc vuông".



$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Pythagore đã chứng minh định lý mang tên ông như sau:

- Vẽ tam giác vuông ABC.
- Trên cạnh huyền BC, dựng một hình vuông (cạnh BC = a).
- Trên cạnh góc vuông AB, dựng một hình vuông (cạnh AB = c).
- Trên cạnh góc vuông AC, dựng một hình vuông (cạnh AC = b).



Ông đã chứng minh rằng diện tích hình vuông dựng trên cạnh huyền BC bằng tổng diện tích hình vuông dựng trên hai cạnh góc vuông AB và AC.

Hay là: $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$. Do đó, trong một tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương các cạnh góc vuông.

Định lý Pythagore hiện nay đã có hơn 100 cách chứng minh.

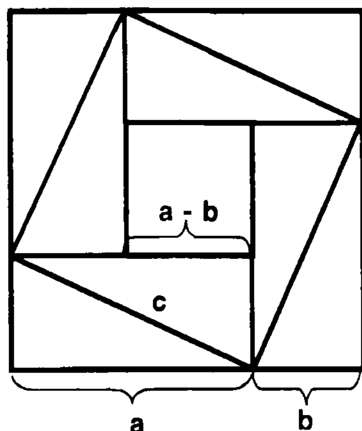
Định lý Pythagore chứng minh theo người Trung Hoa:

Vào thế kỷ thứ 2, người Trung Quốc đã đưa ra cách chứng minh định lý Pythagore như sau:

– Vẽ hình vuông có cạnh là a + b.

– Trên các cạnh a + b vẽ 4 hình tam giác vuông với cạnh góc vuông là a và b, cạnh huyền c.

– Cạnh huyền bốn hình tam giác vuông tạo thành hình vuông có cạnh c.



– Diện tích hình vuông cạnh a + b là $(a + b)^2$.

– Diện tích hình vuông cạnh c là c^2.

– Diện tích hình tam giác vuông có các cạnh góc vuông a và b là (a.b) : 2.

– Diện tích hình vuông cạnh a + b bằng diện tích hình vuông cạnh c cộng với diện tích bốn hình tam giác vuông có các cạnh góc vuông là a và b.

$$(a + b)^2 = c^2 + 4 \,.\, (a.b) : 2$$

$$(a + b)^2 = c^2 + 2.a.b \qquad (*)$$

– Tương tự, tính sự liên hệ giữa diện tích hình vuông cạnh c, bốn hình tam giác vuông có các cạnh góc vuông là a và b, hình vuông cạnh a – b. Từ đó suy ra:

$$c^2 = (a - b)^2 + 2.a.b$$

– Thế c^2 vào (*) để có được:

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 2.a.b + 2.a.b$$

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4.a.b \quad (**)$$

Từ (*) và (**) suy ra:

$$c^2 + 2.a.b = (a - b)^2 + 4.a.b$$

$$c^2 + 2.a.b = a^2 - 2.a.b + b^2 + 4.a.b$$

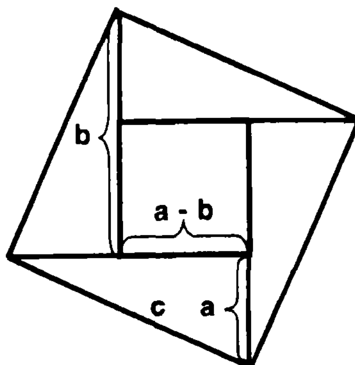
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Định lý Pythagore đã được chứng minh xong.

Định lý Pythagore chứng minh theo người Ấn Độ:

Vào thế kỷ thứ 12, người Ấn Độ đã đưa ra cách chứng minh định lý Pythagore đơn giản hơn, cũng với hình vuông và các hình tam giác vuông.

- Vẽ hình vuông có cạnh là c.
- Dựng bốn hình tam giác vuông có cạnh góc vuông là a và b bên trong hình vuông với cạnh huyền c là cạnh hình vuông.
- Bên trong bốn hình tam giác vuông là một hình vuông nhỏ với cạnh là a – b.



- Diện tích hình vuông cạnh c bằng c^2.
- Diện tích hình vuông cạnh a – b bằng $(a - b)^2$.
- Diện tích hình tam giác vuông với các cạnh góc vuông a và b là: (a.b) : 2
- Diện tích hình vuông cạnh c bằng tổng diện tích bốn hình tam giác vuông với hình vuông nhỏ cạnh a – b.

$$c^2 = 4 \,.\, (a.b) : 2 + (a - b)^2$$

$$c^2 = 2.a.b + a^2 - 2.a.b + b^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Định lý Pythagore đã được chứng minh xong.

Cho đến ngày nay, định lý Pythagore vẫn được ứng dụng trong tính toán ở các ngành vẽ kỹ thuật, đo lường, tính nhanh trong ngành kỹ thuật...

ZÉNON

Zénon sinh ra tại Hy Lạp vào năm 490 trước Công nguyên và mất năm 430 trước Công nguyên. Ông là một triết gia và là một nhà toán học. Ông đưa ra hai nghịch lý về chuyển động không hoàn tất, khiến cho nhiều nhà toán học phải lưu tâm.

Nghịch lý thứ nhất

Ông lập luận rằng:

"Muốn đi từ A đến B, tất nhiên phải qua trung điểm C của AB trước. Muốn đi từ A đến trung điểm C, tất nhiên phải qua trung điểm D của AC trước. Muốn đi từ A đến trung điểm D, tất nhiên phải qua trung điểm E của AD trước... Cứ như vậy, bao giờ cũng phải qua trung điểm phần còn lại trước. Mà phần còn lại bao giờ cũng tồn tại, cho dù là số vô cùng bé. Như vậy không thể có được chuyển động hoàn tất từ A đến B".

Nghịch lý thứ hai

Ông đưa ra ví dụ như sau:

"Lực sĩ Achillie (kiện tướng chạy nhanh thời Hy Lạp cổ) đuổi theo con rùa chạy trước. Khi ông đuổi theo một đoạn x thì con rùa cũng chạy được một đoạn y. Vậy thì chẳng bao giờ lực sĩ đuổi kịp con rùa cả, vì bao giờ con rùa cũng chạy thêm được một đoạn".

Tuy nhiên, nghịch lý thứ hai của ông không vững. Do khoảng cách ban đầu giữa con rùa và lực sĩ xác định. Hai động tử chuyển động cùng chiều với vận tốc không đổi. Do vận tốc của lực sĩ lớn hơn vận tốc của con rùa nên việc lực sĩ đuổi kịp con rùa là điều tất nhiên.

EUCLIDE (Athens 325B.C - Alexandria, Egypt 265B.C)



Euclide sinh ra tại Hy Lạp vào khoảng thế kỷ thứ III trước Công nguyên, ông là học trò của Platon. Euclide là một nhà vật lý và toán học nổi tiếng. Ông là người hiền lành, dịu dàng, khiêm tốn và có tính khẳng khái và độc lập cao.

Nhận lời mời của vua Ptolémée I, Euclide đã đến Alexandrie và thành lập ở đó một viện toán học. Có truyện kể về ông như sau:

Có lần vua Ptolémée I hỏi Euclide:

"Liệu ta có thể đến với hình học bằng con đường khác ngắn gọn hơn không, sao lại phải đọc đủ 13 quyển trong bộ sách của ngươi?"

Euclide trả lời:

"Tâu bệ hạ, trong khoa học chẳng có con đường nào đặc biệt dành cho vua chúa cả!"

Vào thời đó, ở Hy Lạp đã tích lũy được rất nhiều tài liệu về hình học, đòi hỏi phải xếp đặt lại thành hệ thống logic chặt chẽ. Ông đã viết và xếp đặt lại có hệ thống 13 quyển sách về cơ sở của hình học. Đóng góp của ông làm cho Hy Lạp vào thời đó tích lũy được nhiều tài liệu về hình học. Ông đã thống kê những thành tựu hình học trước đó và bổ sung thêm những khám phá của mình. Bộ sưu tập của ông có giá trị rất lớn trong lịch sử phát triển toán học. Đó là nền tảng cho hình học sơ cấp. Hiện nay ở nhiều nước trên thế giới vẫn ứng dụng thành tựu của ông trong sách giáo khoa hình học cho học sinh phổ thông. Ngay cả định lý Pythagore và một số định lý khác cũng được chép lại từ bộ sưu tập của Euclide. Như vậy, nội dung chính của 13 quyển trong bộ sưu tập của Euclide là gì?

– Quyển thứ 1 trình bày điều kiện bằng nhau của các tam giác, hệ thức giữa các cạnh và các góc của tam giác, định lý về các đường song song, điều kiện bằng nhau của diện tích các tam giác và đa giác. Trong quyển thứ 1 có 23 định nghĩa, 5 tiên đề và 5 khái niệm chung.

Năm tiên đề của Euclide có dung như sau:

1. Dựng một đường thẳng từ một điểm bất kỳ đến một điểm bất kỳ khác.
2. Tạo liên tục một đường thẳng hữu hạn trong một đường thẳng.
3. Dựng một đường tròn từ một điểm bất kỳ, với một khoảng cách bất kỳ.
4. Các góc vuông đều bằng nhau.
5. Nếu một đường thẳng bất kỳ cắt hai đường thẳng cho trước, tạo thành những góc trong cùng bên có tổng nhỏ hơn hai góc vuông thì khi kéo dài hai đường thẳng cho trước về phía góc trong cùng bên thì hai đường thẳng đó sẽ cắt nhau.

- Quyển thứ 2 gồm hai định nghĩa và 14 mệnh đề. Nội dung nói về hình bình hành có một góc vuông và một số chứng minh về hình học.
- Quyển thứ 3 gồm những kiến thức về đường tròn, bao gồm 11 định nghĩa và 37 mệnh đề.
- Quyển thứ 4 gồm 7 định nghĩa về đa giác nội tiếp trong đường tròn và ngoại tiếp với đường tròn.
- Quyển thứ 5 gồm 18 định nghĩa về tỷ lệ thức.
- Quyển thứ 6 áp dụng lý thuyết ở tập 5 vào tam giác đồng dạng và hình học phẳng.
- Quyển thứ 7; 8; 9 trình bày về lý thuyết số.
- Quyển thứ 10 gồm 4 định nghĩa về đại lượng khả ước và vô ước, 115 mệnh đề về số vô tỷ.
- Quyển thứ 11 gồm có 39 mệnh đề và 28 định nghĩa. Nội dung nói về mặt phẳng, khối đồng dạng, khối cầu, khối chóp, khối lập phương, khối trụ.
- Quyển thứ 12 có 18 mệnh đề tính diện tích một số hình.
- Quyển thứ 13 trình bày về cách dựng hình đa diện đều và những tính chất của chúng.

Ngoài ra, Euclide còn nhiều tác phẩm giá trị khác về toán học và khoa học. Ông có tác phẩm "Sự chia các hình", trong đó có 36 mệnh đề về cách chia các hình theo một tỷ lệ nhất định.

Cũng như các nhà toán học và triết học của Hy Lạp cổ, ông rất thích nghiên cứu thiên văn. Ông có tác phẩm nói về cách ứng dụng toán học trong việc nghiên cứu thiên văn. Rất tiếc, nhiều tư liệu về cuộc đời và công trình của ông đã bị thất lạc. Tuy nhiên, nhân loại luôn coi ông là một nhà toán học vĩ đại. Ông luôn được học sinh các thời đại sau học tập qua sách giáo khoa.

ARCHIMÈDE (287B.C – 212B.C)



Archimède sinh sống ở thành phố Syracuse trên đảo Sycine, thuộc Hy Lạp cổ (ngày nay thuộc nước Ý). Ông là nhà vật lý, nhà toán học và kỹ sư lỗi lạc thời Hy Lạp cổ. Thành phố Syracuse rất thịnh vượng về kinh tế, vì thế khoa học và kỹ thuật phát triển rất mạnh. Ở đó có những nhà triết học, hình học rất nổi tiếng. Họ đã biết cách tính chu vi của trái đất, biết tính chu kỳ quay của trái đất để hình thành ngày và đêm...

Archimède rất đam mê môn hình học, ông luôn học tập và đọc sách miệt mài. Archimède có óc quan sát rất tốt.

Ông đã tìm được định luật đòn bẩy và phát biểu câu nói nổi tiếng : "Hãy cho tôi một điểm tựa, tôi sẽ nâng quả đất lên". Tất nhiên đây chỉ là câu nói để khẳng định sự ưu việt của định luật đòn bẩy, chứ không thể làm được trong thực tế.

Ông đã đưa ra định luật thủy tĩnh học mang tên ông, khởi thảo được phương pháp xác định thành phần của các hợp kim bằng phép cân thủy tĩnh học. Archimède đã có giai thoại Euréka nổi tiếng. Khi ông đang tắm, phát hiện thấy trong nước có một lực đẩy cơ thể ông lên. Ông mừng quá, quên cả mặc quần áo, cứ thế chạy ra ngoài và la lên Euréka (đã tìm thấy). Cái mà ông tìm thấy hiện nay có tên gọi là lực đẩy Archimède.

Archimède là một nhà khoa học yêu nước. Có truyện kể lại, vào năm 214 trước Công nguyên, đất nước ông bị quân La Mã tấn công. Biết khó cầm cự được, ông cho binh lính dùng các máy móc phát minh của mình để bắn đá vào thuyền kẻ thù. Sau cùng, một luồng ánh sáng từ bờ biển chiếu thẳng vào tàu địch và thiêu cháy nhiều con tàu. Đó là do tấm gương

nhiều mặt ghép lại thành hình parabol của Archimède. Gương khổng lồ hội tụ các tia nắng mùa hè và chiếu vào tàu chiến của địch.

Tuy nhiên, chiếc gương đó có cấu tạo ra sao, được làm bằng gì thì đến nay vẫn còn là ẩn số. Trong một ngày hè năm 1777, một nhà toán học đã thử chứng minh hiệu quả của gương parabol. Ông cho xếp 168 cái gương, tập trung tia nắng đổ lửa mùa hè và đốt cháy một cây to và làm cục chì nóng chảy ở khoảng cách 45 mét.

Mùa thu năm 212 trước Công nguyên, thành phố Syracuse thất thủ. Khi quân La Mã xông vào thành tàn sát dân chúng, có một tốp lính gặp ông đang mãi mê vẽ những hình trên cát. Chúng dùng chân xóa hình vẽ đi, ông la lên: "Khoan đã! Đừng xóa hình vẽ của tôi". Tốp lính đâm ông chết ngay tại chỗ. Hơn một trăm năm sau, Ciréon – nhà hùng biện La Mã đã tìm đến ngôi mộ của ông để đắp lên đó một hình cầu nội tiếp trong một hình trụ. Đó là điều Archimède thích và là nguyện vọng cuối cùng của ông.

ERATOSTHÈNE

Eratosthène sinh ra tại Ai Cập vào năm 276 trước Công nguyên. Ông là một nhà thơ, một triết gia, một nhà địa dư học và là một nhà toán học.

Người đời nhớ đến ông vì bài toán đo chu vi trái đất một cách chính xác. Ông đã tìm cách đo được chu vi quả địa cầu bằng cách suy luận, không dùng một thứ máy móc nào.

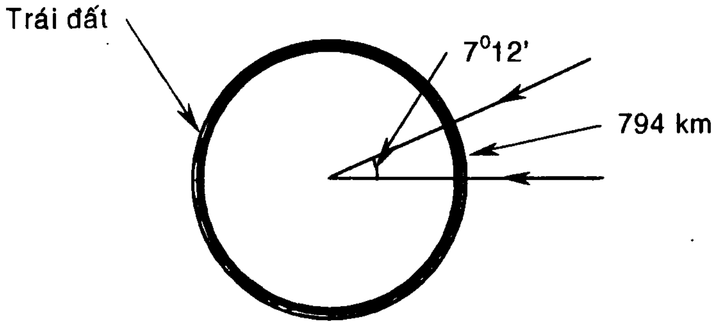
Chắc hẳn bạn thắc mắc, không biết Eratosthène đã suy luận như thế nào. Để đo được chu vi trái đất, Eratosthène là tuần tự các bước sau đây:

1. Ông đã nhận thấy vào lúc giữa trưa tại Cyrene, ngày 21 tháng 6 hàng năm, ánh sáng mặt trời rọi xuống đó theo phương thẳng đứng.

2. Cách vị trí đó 794 km về phía Bắc, nằm cùng trên một kinh tuyến, cũng vào lúc giữa trưa ngày 21 tháng 6, ánh sáng mặt trời không rọi xuống theo phương thẳng đứng mà xiên đi một góc $7^0 12'$.

3. Bởi vì các tia sáng của mặt trời được coi như song song với nhau nên Eratosthène đã suy luận rằng : nếu lấy tâm trái đất làm chuẩn thì góc ở tâm giữa hai vị trí trên là $7^0 12'$.

4. Như thế chỉ cần lập luận theo quy tắc tam suất thì sẽ tìm được chu vi quả đất một cách dễ dàng.



Góc ở tâm $7^0 12'$ → 794 km

Xoay hết 360^0 → Chu vi = ?km

Chu vi bằng: $794 \text{ km} \times \dfrac{360^0}{7^0 12'} = 39.700 \text{ km}$

Hiện nay người ta đã đo được chính xác chu vi quả địa cầu là 40.003km. Sai biệt với kết quả của Eratosthène là 303km. Bạn cho là nhiều quá sao, không đâu. Tỷ lệ sai biệt của ông chỉ khoảng 7 phần ngàn. Thật là một bộ óc siêu việt.

Ngoài ra ông còn đưa ra một phương pháp để lấy các số nguyên tố từ số tự nhiên. Cách tính của ông gọi là phương pháp sàng Eratosthène.

Chúng ta có thể thức hiện lại phương pháp sàng của ông theo từng bước.

Ví dụ, tìm số nguyên tố trong dãy số tự nhiên từ 2 đến 30 như sau:

2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 21 – 22 – 23 – 24 – 25 – 26 – 27 – 28 – 29 – 30

– Số 2 đầu tiên là số nguyên tố.

– Bỏ tất cả các số là bội số của 2 để dãy số còn lại:

2 – 3 – 5 – 7 – 9 – 11 – 13 – 15 – 17 – 19 – 21 – 23 – 25 – 27 – 29

– Số 3 kế tiếp là số nguyên tố.

– Bỏ tất cả các số là bội số của 3 để dãy số còn lại:

2 – **3** – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 25 – 29

– Số 5 kế tiếp là số nguyên tố.

– Bỏ tất cả các số là bội số của 5 để dãy số còn lại:

2 – **3** – **5** – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 29

– Không cần tính tiếp. Sàng Eratosthène chỉ cần tính đến $\sqrt{n}$. Ở đây $\sqrt{n} = \sqrt{30} \approx 5,47$ (chọn đến 6).

– Như vậy, các số nguyên tố trong dãy từ 2 đến 30 là:

2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 29

Sau này từ sàng Eratosthène, người ta đã đưa ra nhiều sàng cải tiến khác.

DIOPHANTE

Diophante sinh vào khoảng năm 250 ở Hy Lạp, ông thọ x tuổi. Sở dĩ tuổi thọ của ông là một ẩn số vì bạn phải giải bài

toán ghi trên mộ bia để biết được tuổi của ông. Nội dung bài toán ghi trên bia mộ ấy như sau:

"Hỡi những người qua đường. Đây là nơi yên nghỉ của nhà toán học Diophante. Xin đọc những dòng dưới đây và cho biết ông ta thọ được bao nhiêu tuổi:

- *Một phần sáu cuộc đời của ông là tuổi niên thiếu, hạnh phúc.*
- *Một phần mười hai tuổi đời thì râu mọc lưa thưa.*
- *Ông lấy vợ, sống thêm một phần bảy tuổi đời nhưng vẫn chưa có con.*
- *Năm năm sau, đứa con đầu lòng của ông ra đời.*
- *Thương thay, cậu ta chỉ thọ bằng một nửa tuổi đời của bố.*
- *Con ông mất đi, để lại đau thương cho ông trong suốt 4 năm liền và ông nhắm mắt từ giã cõi đời.*

Hãy nói đi, hỡi người khách qua đường. Diophante thọ được bao nhiêu tuổi? Cuộc đời của ông diễn biến ra sao?"

Chúng ta làm những người qua đường và cùng nhau giải bài toán cổ ấy xem sao.

Giải

- ***Cách 1:*** *Giải theo số học.*

a/ Tìm số tuổi:

Phân số chỉ cuộc đời của ông ta từ lúc sinh ra đến lúc đeo nhẫn cưới:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{7}=\frac{14+7+12}{84}=\frac{33}{84}=\frac{11}{28}$$

Cuộc đời của ông được chia làm 28 phần đều nhau. Sau khi cưới 5 năm, ông có con và con ông thọ bằng $\frac{1}{2}$ số tuổi của ông, hay là $\frac{14}{28}$ cuộc đời của ông.

Như vậy, phân số chỉ cuộc đời ông sẽ là:

$$\frac{11}{28}+\frac{14}{28}+\frac{3}{28}$$

Trong đó, $\frac{3}{28}$ là 9 năm còn lại:

5 năm sau ngày cưới + 4 năm sống thêm

Cứ 3 phần thì tương ứng với 9 năm, như vậy 1 phần sẽ tương ứng với 3 năm.

Cuộc đời ông là 28 phần, số tuổi thọ của ông là:

3 x 28 = 84 tuổi

b/ Diễn giải cuộc đời của ông:

- Số năm ông còn trẻ:

  84 : 6 = 14 năm

- Số tuổi lúc ông mọc râu:

  14 + (84 : 12) = 21 tuổi

- Số tuổi lúc ông lấy vợ:

  21 + (84 : 7) = 33 tuổi

- Số tuổi lúc ông có con:

  33 + 5 = 38 tuổi

- Ông thọ 84 tuổi, con ông mất lúc 84: 2 = 42 tuổi. Như vậy, số tuổi của ông lúc đó là:

38 + 42 = 80 tuổi

– Rồi 4 năm sau ông mất, ông thọ:

80 + 4 = 84 tuổi

• ***Cách 2:*** *Giải theo đại số.*

a/ Tìm số tuổi:

Gọi tuổi thọ của ông Diophante là x.

Tuổi thơ trải qua trong $\frac{1}{6}$ cuộc đời là $\frac{x}{6}$.

Rồi $\frac{x}{12}$ cuộc đời nữa của ông đã đi qua và cằm ông lún phún râu.

Ông lấy vợ và trải qua $\frac{x}{7}$ cuộc đời không có con.

5 năm sau, con trai đầu lòng của ông ta chào đời.

Người con trai đã chết khi vừa bằng $\frac{x}{2}$ tuổi.

Ông đau buồn và từ trần sau khi con trai mất được 4 năm.

Vậy, phương trình về cuộc đời của ông là:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

Sau khi giải phương trình, chúng ta tìm được x = 84. Vậy ông Diophante thọ 84 tuổi.

b/ Cuộc đời của ông:

- Số năm ông còn trẻ:

$$84 : 6 = 14 \text{ năm}$$

- Số tuổi lúc ông mọc râu:

$$14 + (84 : 12) = 21 \text{ tuổi}$$

- Số tuổi lúc ông lấy vợ:

$$21 + (84 : 7) = 33 \text{ tuổi}$$

- Số tuổi lúc ông có con:

$$33 + 5 = 38 \text{ tuổi}$$

- Ông thọ 84 tuổi, con ông mất lúc 84: 2 = 42 tuổi. Như vậy, số tuổi của ông lúc đó là:

$$38 + 42 = 80 \text{ tuổi}$$

- Rồi 4 năm sau ông mất, ông thọ:

$$80 + 4 = 84 \text{ tuổi}$$

Phương trình Diophante:

Phương trình Diophante gọi chung cho phương trình đại số hai ẩn hoặc nhiều hơn. Nói cách khác, hệ phương trình đại số với số ẩn lớn hơn số phương trình. Với các hệ số nguyên, cần tìm các nghiệm nguyên và hữu tỉ của các phương trình đó.

Ví dụ:

$ax + by = 1$ Trong đó a và b là các số nguyên tố cùng nhau. Có vô số các nghiệm nguyên $x = x_0 + bn$ và $y = y_0 - an$.

$$\mathbf{ax + by = 1}$$

$x^2 - dy^2 = 1$ Trong đó có vô số các nghiệm nguyên.

$$\mathbf{x^2 - dy^2 = 1}$$

LƯƠNG THẾ VINH (1441 – 1496)

Nếu không đề cập đến trạng Lường trong tập Giai thoại toán học này thì quả là một điều thiếu sót.

Lương Thế Vinh sinh ngày 1 tháng 8 năm 1441 (Tân Dậu) ở làng Cao Hương (nay là Cao Phương) thuộc xã Liên Bảo, huyện Vụ Bản, tỉnh Nam Hà, ông mất ngày 26 tháng 8 năm 1496 (Bính Thìn) tại quê nhà.

Ông lớn lên trong một gia đình nông dân có học. Từ nhỏ ông đã có tư chất thông minh hơn người. Ông nổi tiếng là thần đồng, có nhiều truyện kể về sự thông minh của ông. Ông học tập có phương pháp, biết sắp xếp việc học và thời gian vui chơi giải trí hợp lý. Chưa đến tuổi hai mươi, tài học của ông đã lan truyền khắp vùng Sơn Nam.

Lương Thế Vinh đỗ Trạng nguyên khoa Quý Mùi năm 1463, vào đời vua Lê Thánh Tông, Quang Thuận năm thứ tư, Năm ấy ông tròn 23 tuổi. Lần thi năm ấy có 1400 cử nhân dự thi, vua Lê chọn được 44 tiến sĩ, trong đó Lương Thế Vinh đỗ đầu.

Vì đợt thi năm ấy là khoa thi đầu tiên của đời vua Lê Thánh Tông, nhà vua đã ban đặc ân là tự tay viết lên cờ hoa một bài thơ ban tặng cho ba vị đỗ đầu. Nội dung bài thơ ấy có ý như sau:

"Trạng Nguyên Lương Thế Vinh

Bảng nhãn Nguyễn Đức Trinh

Thám hoa Quách Đình Bảo

Thiên hạ cộng tri danh[1]."

---

[1] "Thiên hạ cộng tri danh": Mọi người đều biết tiếng tăm.

Ông làm quan ở Viện Hàn lâm trong 32 năm. Ông từng đứng đầu Viện Hàn lâm với chức Hàn lâm Thị thư chưởng Hàn lâm Viện sự.

Lương Thế Vinh có tài ngoại giao rất tốt, ông thường được giao trọng trách tiếp sứ nước ngoài và luôn là mối dây liên kết tốt với các nước láng giềng.

Lương Thế Vinh được mời dạy học ở các trường nổi tiếng về văn chương và toán học của đất nước như: Quốc Tử giám, Sùng Văn quán, Tú Lâm cục.

Học trò của ông lắm người thành tài và giúp ích rất nhiều cho đất nước, như:

- Năm 1469 có tiến sĩ Nguyễn Tất Đại (người làng Kha Lý, xã Thuỵ Quỳnh, Thái Bình).
- Năm 1478 có thám hoa Trần Bích Hoành (người làng Vân Cát, xã An Thái)
- Năm 1499 có tiến sĩ Trần Xuân Vinh (người làng Bảo Ngũ) và bảng nhãn Lương Đắc Bằng (người làng Hội Triều, Hoằng Hóa, Thanh Hóa). Lương Đắc Bằng là cháu họ của Lương Thế Vinh, theo học ông về văn và toán từ lúc 12 tuổi. Sau này Lương Đắc Bằng là thầy dạy học của Trạng Trình Nguyễn Bỉnh Khiêm.

Ngoài việc dạy toán, Lương Thế Vinh còn giữ chức Cấp sự khoa Công, chuyên việc xây dựng đền đài, đê điều... Ông đã biên soạn quyển sách giáo khoa toán học đầu tiên của nước ta, đó là quyển "Đại thành Toán pháp". Trong đó, ông nêu ra các thành tựu về hình học và số học của nước ta. Tuy nhiên, toán học thời đó chỉ tập trung vào việc cân đo là chính.

Trong khi làm quan ông sống thật liêm khiết, luôn lấy tư tưởng yêu nước thương dân làm trọng. Ông là một nhà sư phạm tài ba, là một nhà toán học giỏi của đất nước. Những năm cuối đời, ông xin về vui thú điền viên ở quê nhà. Trạng

Nguyên Lương Thế Vinh mất vào ngày 26 tháng 8 năm 1496 tại quê nhà. Dân làng xây dựng đền thờ ông tại nền ngôi nhà cũ tại Giáp Nhất làng Cao Hương.

Mọi người thương nhớ ông, vua Lê Thánh Tông đã làm thơ điếu thương tiếc ông. Đến ngày nay, hội thi mang tên Lương Thế Vinh được tổ chức trong học sinh hàng năm cũng để nhắc nhở lớp trẻ noi gương học tập và rèn luyện nhân cách của ông.

Có rất nhiều giai thoại nói về cuộc đời của ông. Chúng ta lướt qua vài giai thoại liên quan đến toán học để hiểu thêm về tài học và khả năng ứng biến của ông.

Mẹo nhỏ

Thời còn bé, cùng những đứa trẻ trong làng, ông thường nô đùa với bạn bè, lúc tắm sông lúc rượt đuổi nhau. Một hôm có một người phương Bắc thấy có tinh quân[1] xuất hiện ở làng ông, bèn tìm đến và tìm hiểu. Người ấy gặp đám trẻ đang chơi bên bờ sông, liền nảy ra ý đào một cái hố sâu, bỏ trái bưởi xuống hố. Người ấy gọi lũ trẻ lại vào ra câu đố, là sao lấy trái bưởi lên khỏi hố mà không được dùng đến que gậy.

Bọn trẻ còn lúng túng thì Lương Thế Vinh đã hô hào các bạn lấy nước đổ đầy vào hố, trái bưởi nổi lên theo mực nước... và thế là ông đã lấy được trái bưởi ra khỏi hố. Người khách ấy phải thán phục trước sự thông minh và nhanh lẹ của Lương Thế Vinh.

Đối đáp giỏi

Có truyện kể khi còn bé gia đình ông rất nghèo. Một hôm bố mẹ đi vắng, người chủ nợ đến đòi tiền, lúc ấy ông đang chơi với bạn liền chạy lại chào. Người chủ nợ hỏi:

---

[1] ngôi sao bản mệnh cho người tài đức.

– Bố mẹ cháu đâu rồi?

Lương Thế Vinh thưa bố mẹ đã đi công việc quan trọng.

Người chủ nợ tò mò hỏi việc gì, ông suy nghĩ một lát và trả lời lấp lửng:

– Bố cháu đi giết người sống, mẹ cháu đi cứu người chết.

Rất ngạc nhiên về câu trả lời ngộ nghĩnh đó, người chủ nợ càng tò mò tìm hiểu. Cậu bé vẫn không chịu giải thích, cuối cùng chủ nợ đồng ý xóa nợ cho bố mẹ cậu nếu cậu bé giải thích nghe hợp lý.

Cậu bé liền lấy miếng đất sét đang cầm tay và nói:

– Xin ông in dấu tay vào cục đất sét này để làm bằng, lúc đó cháu sẽ giải thích.

Người chủ nợ làm y lời của cậu bé và chờ nghe giải thích.

Cậu bé tươi cười và nói:

– Thưa ông, bố cháu đi giết người sống là đi nhổ mạ. Còn mẹ cháu đi cứu người chết là đi cấy lúa. Cháu đã giải thích xong, vậy ông vẫn nhớ lời hứa chứ ạ?

Người chủ nợ cười thích thú vì lời giải thích của ông và giữ lời hủy số nợ của gia đình ông. Khi bố mẹ cậu về, người chủ nợ trở lại và khen ngợi cậu bé đối đáp giỏi. Bố mẹ cậu thấy đã đến lúc cho cậu đi học.

Chơi mà học

Ngày xưa, trẻ em làng quê Việt Nam chẳng có video, cũng chẳng có những thú giải trí như bây giờ. Đồ chơi thường là những đồ tự tạo từ cây cỏ, đất đá...

Cậu bé Lương Thế Vinh thường thu lượm rất nhiều hòn cuội, vẽ lên mặt đất 9 ô vuông liền nhau. Ông bày cho các bạn chơi trò toán nhân như sau:

- Nhân hai: bỏ 2 hòn cuội vào ô thứ nhất thì phải bỏ 4 hòn cuội vào ô thứ hai, bỏ 6 hòn cuội vào ô thứ ba... bỏ 18 hòn cuội vào ô thứ chín. Bảng cửu chương 2 được hình thành.
- Nhân ba: bỏ 3 hòn cuội vào ô thứ nhất thì phải bỏ 6 hòn cuội vào ô thứ hai, bỏ 9 hòn cuội vào ô thứ ba... bỏ 27 hòn cuội vào ô thứ chín. Bảng cửu chương 3 được hình thành.

Tương tự như vậy, ông đã cùng các bạn chơi và học hết bảng cửu chương thông thường. Không chỉ tìm ra bảng cửu chương, ông còn đặt ra cách tính bình phương một số và trình bày trong quyển Đại thành Toán pháp sau này. Trong quyển Đại thành Toán pháp, Lương Thế Vinh ghi lời mở đầu như sau:

"Trước thời cho biết cách đo lường
Tính toán bình phân ở cửu chương
Thông hay mọi lẽ điều vinh hiển
Học lấy cho tinh giúp thánh vương."

Trong quyển Đại thành Toán pháp, trạng nguyên Lương Thế Vinh có nêu ra cách tính diện tích hình thang qua các vần thơ sau:

"Tam giác bị cụt đầu
Diện tích tính làm sao
Cạnh trên, cạnh dưới cộng vào
Đem nhân với nửa bề cao tất thành".

Sáng tạo ngay cả khi chơi

Trò chơi nặn tượng đất sét là một trò chơi chẳng mất tiền và rất phổ biến ở làng quê Việt Nam. Trẻ con ở làng của cậu bé Lương Thế Vinh cũng rất thích chơi trò nặn tượng đất sét.

Một hôm thấy các bạn nặn hình con voi đất, cậu bé Lương Thế Vinh hỏi các bạn có muốn con voi cử động và đi được hay không? Ồ! Một ý tưởng thật thú vị, bọn trẻ nhao nhao lên đồng tình.

Lương Thế Vinh lấy con đỉa lớn để làm vòi voi, con giun làm đuôi voi, đôi bướm làm tai voi, bốn con cua đồng đặt dưới chân voi. Thế là con voi cử động và đi được trong tiếng hò reo của bọn trẻ.

Lương Thế Vinh và bài toán tỷ lệ

Khi còn bé, Lương Thế Vinh thường nằm nghỉ với bạn bè dưới bóng râm sau những lần vui chơi. Một lần nọ, có bạn đố nhau làm sau đo được chiều cao của cái cây to đang che mát cho cả bọn. Trong khi các bạn đang tìm cách đo chiều cao cái cây thì Lương Thế Vinh nhặt lấy một cành cây thẳng và cắm xuống đất, cậu canh sao cho bóng của cành cây nằm chồng lên bóng của cây cần đo và đỉnh của hai cái bóng trùng nhau. Lương Thế Vinh đo chiều dài của cành cây theo gang tay. Cậu đo tiếp chiều dài bóng của cành cây. Sau cùng đo chiều dài bóng của cây to và tính toán. Khi cậu cho biết kết quả thì các bạn không tin. Bọn trẻ nhao nhao đi kiếm dây leo buộc lại và leo lên ngọn cây thả dây xuống đất để đo lại. Thật là kinh ngạc, kết quả đúng như Lương Thế Vinh đã tính. Các em biết không, Lương Thế Vinh đã vô tình ứng dụng định lý Thalès trong việc tính chiều cao của cây.

$$\frac{\text{chiều cao của cây}}{\text{chiều dài bóng của cây}} = \frac{\text{chiều cao của cành cây}}{\text{chiều dài bóng của cành cây}}$$

Kính yêu thầy dạy

Khi cho con đi học, bố mẹ Lương Thế Vinh đưa cậu bé qua làng Hội Triều (nay thuộc xã Hoằng Phong, huyện Hoằng Hóa,

tỉnh Thanh Hóa) gặp người họ xa tên Lương Hay[1] đang làm nghề dạy học.

Lương Hay là thầy dạy nhưng vai vế nhỏ hơn Lương Thế Vinh. Tuy nhiên, cậu bé Lương Thế Vinh vẫn giữ đúng lễ nghĩa thầy trò. Lương Thế Vinh giúp thầy rất nhiều việc, thầy trò gắn bó với nhau thật thân thiết. Ông đã đọc hết tủ sách của thầy dạy. Khi tiễn ông lên đường đi thi Hương, thầy ông lúc đó còn hiếm muộn chưa có con. Tuy nhiên Lương Hay vẫn nhờ Lương Thế Vinh hứa sẽ dạy cho con mình sau này. Giữ lời hứa ấy, về sau Lương Thế Vinh nhận dạy cho con của thầy là Lương Ngạn Ích lúc mới lên 12 tuổi. Lương Thế Vinh chăm sóc và dạy toán cho Lương Ngạn Ích (sau này Lương Ngạn Ích đổi thành Lương Đắc Bằng và đậu Bảng nhãn năm 1499).

Trạng nguyên giỏi đối đáp

Có lần nhà vua đi tuần du có ghé qua làng của Trạng nguyên Lương Thế Vinh. Khi nhà vua ghé thăm chùa của làng, thấy sư trụ trì vô ý đánh rớt quạt và một vị quan tùy tùng nhặt quạt giúp nhà sư. Vua Lê Thánh Tông chợt nghĩ ra câu đối như sau:

"Đường thượng tụng kinh, sư sử sứ".[2]

Các quan đi theo ai cũng lúng túng ở cụm từ 'sư sử sứ'. Trạng Nguyên Lương Thế Vinh cũng có ở đó nhưng chỉ mỉm cười không đối đáp lại vế đối của vua. Một lúc sau quan Trạng cho lính về mời vợ đến, ông vờ say để vợ dìu mình về. Các quan rất ngạc nhiên khi thấy Trạng có tài ứng đối lại định "chuồn" về. Nhà vua thấy vậy đòi Trạng phải ra câu đối lại. Trạng mỉm cười và nói:

---

[1] Lương Hay là học trò giỏi, đậu Giải nguyên đầu đời vua Lê nhưng không ra làm quan, ở nhà làm nghề dạy học.

[2] Tạm hiểu là: "Nhà sư sai khiến được quan gia."

- Thưa, thần đã đối rồi ạ! Đó là:

  "Đình tiền túy tửu, phụ phù phu".[1]

  Phụ phù phu đối với *Sư sử sứ*, thật là chỉnh.

Trạng nguyên ra câu đố

Vào đầu xuân, các quan trong kinh thành Thăng Long thường gặp nhau để xướng họa thơ. Năm ấy là năm Ất Dậu (1465), các quan đang xướng họa thơ rất vui vẻ.

Khi đến quan Hàn lâm Học sĩ Lương Thế Vinh xướng họa thì ông từ tốn đứng dậy và nói:

- Năm Ất Dậu này tôi vừa tròn hai con giáp. Tôi xin xướng một bài thơ xin các quan họa lại bằng cách giải hộ. Nói xong ông đọc ngay một đề toán bằng thơ:

"Kim hữu gia kê nhất đại quần
Đình tiền tụ thực tẩu phân phân
Nhất hùng tam phụ, phụ ngũ tử
Nhất bách thất thập nhất đầu thân
Số nội kỷ đa hùng, phụ, tử
Vấn quân bố toán đắc tường vân?"

Ý của đề toán này là:

"Một đàn gà đang tụ nhau ăn thóc,

Trước sân cứ chạy nhảy lung tung.

Hễ một con gà trống thì có ba con gà mái, một con gà mái có năm con gà con

Đầu thân đếm được 171

---

[1] Tạm hiểu là: "Trước sân say rượu, vợ dìu chồng."

Cần tìm số gà trống, gà mái, gà con.

Vậy hỏi ai tỏ tường giải đáp giúp?"

Nghe xong đề toán, các quan thay nhau giải. Người thì ngồi suy ngẫm, người thì lấy giấy viết tính toán nhưng chưa có ai giải ra cả.

Cuối cùng quan Trạng nguyên Lương Thế Vinh phải giải: số gà có 9 con gà trống, 27 con gà mái và 135 con gà con. Rất tiếc, chưa tìm được tài liệu nói về cách giải của ông.

Chúng ta thử giải bài toán của ông với cách số học.

Giả sử gọi số gà trống là 1 phần, số gà mái sẽ là 3 phần, số gà con là 15 phần.

Tổng số phần bằng nhau là:

1 + 3 + 15 = 19 (phần)

Giá trị một phần hoặc số gà trống là:

171 (đầu thân) : 19 (phần) = 9 (con gà trống)

Số gà mái là:

3 x 9 = 27 (con gà mái)

Số gà con là:

15 x 9 = 135 (con gà con)

Trạng Lường cân voi

Trạng nguyên Lương Thế Vinh được gọi là Trạng Lường do khả năng tính toán nhanh và sắc sảo của ông. Có lần sứ nhà Minh là Chu Hy sang nước ta và muốn thử tài của ông. Chu Hy là một học sĩ nổi tiếng uyên bác của nhà Minh. Một hôm Chu Hy đi dạo chơi gần bờ sông với Trạng Lường, nhìn thấy quân lính đang cho tắm rửa cho voi, sứ nhà Minh nói:

– Nghe tiếng quan Trạng đã lâu, nay xin nhờ quan cân giúp con voi kia xem nó nặng bao nhiêu cân.

Nói xong, sứ nhà Minh tủm tỉm cười vì nghĩ rằng đã làm khó được Lương Thế Vinh.

Quan Trạng Lương Thế Vinh bình thản nói:

– Sáng mai mời quan ra đây xem tôi cân con voi này.

Trong ngày hôm ấy, quan Trạng sai quân lính đóng một cái bè lớn và chuẩn bị mấy chục gánh đá hộc. Sáng hôm sau, trước sự chứng kiến của sứ nhà Minh. Quan Trạng Lương Thế Vinh sai lính hạ bè xuống nước, để sát bờ sông. Tiếp theo là dắt voi lên bè, chiếc bè bị chìm một phần, quân lính lấy dấu mực nước ở cạnh bè. Sau khi cho voi lên bờ, quân lính lại chất đá hộc lên bè. Khi bè chìm đến mức đã vạch dấu thì dừng lại. Đem cân tất cả số đá hộc đó để xác định trọng lượng của voi. Thật là đáng nể, Chu Hy đã cảm phục nhưng cũng muốn thử tài Trạng Lường nữa.

Trạng Lường đo giấy

Chu Hy, sứ nhà Minh lại xin ra một câu đố. Ông ta đưa cho Trạng nguyên Lương Thế Vinh cây thước và một tờ giấy được xé ra từ quyển sách. Sứ nhà Minh đố Trạng Lường dùng cây thước trên tay để đo bề dầy của tờ giấy là bao nhiêu? Trạng Lường mỉm cười và lấy thước đo bề dầy quyển sách, sau đó sai lính đếm xem sách có bao nhiêu tờ giấy. Thế là ông tính được bề dầy tờ giấy.

$$\text{bề dầy tờ giấy} = \frac{\text{bề dầy quyển sách}}{\text{số tờ giấy}}$$

Sứ nhà Minh rất ngạc nhiên và khâm phục tài năng của Trạng Lường Lương Thế Vinh. Từ đó Chu Hy không dám thử tài của Trạng Lường nữa.

NICOLAS COPERNIC (1473 - 1543)



NICOLAS COPERNIC sinh ngày 19 tháng 2 năm 1473, mất ngày 24 tháng 5 năm 1543. Ông là nhà bác học người Ba Lan. Ông đã dành cả cuộc đời để nghiên cứu thiên văn học, toán học và quang học.

Ông là tác giả quyển sách *Về sự quay của các thiên thể*. Trong đó, ông đưa ra thuyết khởi điểm hệ nhật tâm của vũ trụ. Chuyển động của mặt trăng quanh trái đất, các hành tinh quay quanh mặt trời. Học thuyết của ông đã tạo ra một cuộc cách mạng khoa học và gặp rất nhiều sự chống đối từ những người bảo thủ.

Các khái niệm này về sau được Kepler rồi đến Newton làm rõ qua lực hấp dẫn vũ trụ:

"Giữa hai vật có các khối lượng m_1 và m_2 ở cách nhau một khoảng r, có các lực tương hỗ bằng nhau tác dụng, độ lớn của lực F này tỷ lệ với tích các khối lượng m_1 và m_2 và tỷ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng".

$$F = \gamma \frac{m_1.m_2}{r^2}$$

Trong đó γ được gọi là hằng số hấp dẫn.

Nicolas Copernic có đóng góp rất lớn cho toán học, ông đã thành lập bảng *sin* và bảng *sec*, ông đã dành nhiều thời gian cho việc nghiên cứu môn lượng giác học. Ngày nay mặc dù máy tính tay có thể tra cứu nhanh bảng *sin* nhưng mọi người luôn nhớ đến công lao của ông, một trong những nhà xây dựng nên môn lượng giác học.

JOHN NÉPLER

John Népler sinh năm 1550, mất năm 1617. Ông thuộc gia đình giàu có xứ Ecosse.

Năm 43 tuổi, ông đã "bạo gan" cho xuất bản quyển sách *"Khám phá hoàn toàn về sách Khải Huyền của Thánh John"*. Trong đó ông tiên đoán năm tận thế trong khoảng 1688 và 1700. Không hiểu sao, quyển sách ấy bán rất chạy, tái bản đến hơn 20 lần.

Tuy nhiên, ông đã để lại cho hậu thế một phát hiện ra phép toán thứ bảy, đó là phép lấy Lôgarit[1]. Ông đã làm việc liên tục trong 12 năm để tìm hiểu lý thuyết Lôgarít. Công trình được công bố trong quyển sách có tên *"Mô tả luật Lôgarit kỳ diệu"*. Lôgarit là một công trình tuyệt vời, nó đã làm giảm việc tính toán đi rất nhiều lần.

Sau này H. Briggs, giáo sư toán ở Anh đã tìm gặp Népler. Hai nhà toán học đã cộng tác với nhau để xây dựng nên Lôgarit thập phân. Hiện nay còn gọi là Lôgarit Briggs.

Năm 1624, ông Briggs công bố bảng Lôgarit từ 1 đến 20.000 và từ 90.000 đến 100.000. Bảng Lôgarit của Briggs hiện nay vẫn còn được sử dụng. Tuy nhiên với các chức năng siêu việt của máy tính thì bảng Lôgarit chỉ còn để làm một kỷ niệm đẹp của toán học.

---

[1] Người ta lần lượt gọi bốn phép toán đầu tiên là cộng, nhân, trừ (nghịch của phép cộng), chia (nghịch của phép nhân). Phép nâng lên lũy thừa là phép toán thứ năm, phép tìm cơ số là phép toán thứ sáu

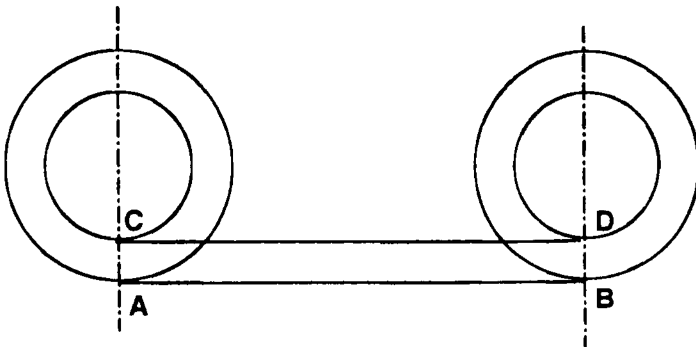
GALILEO GALILEI (1564 – 1642)



Galileo Galilei sinh ngày 15 tháng 2 năm 1564 tại Pisa, mất ngày 8 tháng 1 năm 1642. Ông là nhà bác học thiên tài người Ý. Ngay khi còn là sinh viên, ông rất đam mê môn hình học. Ông đã chứng minh rằng giữa các hình phẳng cùng chu vi thì hình tròn có diện tích lớn nhất. Galilei đã phát minh ra kính thiên văn, khám phá được bốn vệ tinh của sao Mộc, vết tối của Mặt trời, tìm ra được hiện tượng quán tính, nghiên cứu các định luật về sự rơi tự do của vật thể.

Năm 1638, trong quyển *"Discorsi"*, Galilei có đưa ra một nghịch lý được gọi là nghịch lý Aristote (vì đã được Aristote mô tả trước đó). Nghịch lý của ông đã làm nâng cao tầm quan trọng của môn cơ học trong đời sống. Nghịch lý này được trình bày như sau:

Hai bánh xe lớn và nhỏ liền khối và đồng tâm với nhau như hình vẽ. Khi bánh xe lớn quay một vòng từ A đến B thì bánh xe nhỏ cũng quay một vòng từ C đến D. Vì AB = CD nên suy ra chu vi đường tròn lớn bằng chu vi đường tròn nhỏ.



Nghe qua ai cũng thấy vô lý, vì nếu dựa vào toán học thì chu vi của hai vòng tròn đồng tâm không bằng nhau. Như vậy đoạn đường đi được sau một vòng quay của chúng phải khác nhau. Bánh xe lớn phải đi được một đoạn dài hơn bánh xe nhỏ. Nhưng thực tế chúng đi một đoạn bằng nhau. Vậy sự vô lý của bài toán ở chỗ nào? Chúng ta hãy phân ra hai trường hợp.

Trường hợp 1:

Hai bánh xe đồng tâm liền khối quay tại chỗ quanh một tâm. Góc quay ở tâm bằng nhau nhưng do bán kính bánh xe khác nhau nên điểm A trên bánh xe lớn sẽ đi một đoạn bằng chu vi bánh xe lớn, điểm C trên bánh xe nhỏ sẽ đi một đoạn bằng chu vi bánh xe nhỏ.

Vì vậy, nên khi xe đạp lăn bánh, chúng ta thấy chuyển động của các điểm ở vành bánh xe và các điểm ở gần tâm bánh xe khác nhau.

Trường hợp 2:

Hai bánh xe đồng tâm liền khối lăn trên một mặt có bậc như hình vẽ. Khi bánh xe lớn quay một vòng để đi một đoạn AB bằng chu vi bánh xe thì bánh xe nhỏ sẽ đi một đoạn bằng chu vi bánh nhỏ + đoạn trượt để bằng đoạn CD. Đoạn CD vẫn bằng đoạn AB nên không có gì nghịch lý cả.

Trong cơ học, người ta gọi chuyển động của bánh xe lớn là chuyển động lăn. Chuyển động của bánh xe nhỏ là chuyển động vừa lăn vừa trượt. Đoạn đường bánh xe nhỏ lăn được chính là chu vi của bánh xe nhỏ, tất nhiên là nhỏ hơn chu vi của bánh xe lớn. Đoạn đường bánh xe nhỏ trượt theo bánh xe lớn bằng hiệu của chu vi bánh xe lớn và bánh xe nhỏ. Chính vì vậy, trong thực tế nếu dùng hệ thống chuyển động này, bánh xe nhỏ sẽ mòn nhanh hơn bánh xe lớn vì ngoài ma sát lăn nó còn phải chịu tác dụng của ma sát trượt. Nghịch lý của Galilei đã được giải thích.

JOHANN KEPLER (1571 – 1630)



JOHANN KEPLER sinh ngày 27 tháng 12 năm 1571 tại Weil der Statt, Đức. Ông là nhà bác học tài giỏi, đã có công đưa toán học để nghiên cứu vũ trụ. Năm 1596, ông đưa ra luận văn "Tiên đoán của toán học về những điều bí ẩn của vũ trụ" (Prodromus Dissertationum Mathematicarum Continens Mysterium Cosmographicum). Kepler cùng thời với Galileo Galilei (1564 – 1642), ông cũng ủng hộ học thuyết của Copernic nhưng lại luôn lo tránh né những người thuộc phái bảo thủ.

Ông đã sáng chế ra kính thiên văn Kepler. Ông đưa ra các định luật Kepler về chuyển động của các hành tinh quanh Mặt trời:

- *Tất cả những hành tinh chuyển động theo hình ê-líp thì một trong tiêu điểm của chúng là Mặt trời.*
- *Bán kính vectơ từ Mặt trời đến hành tinh quét thành những diện tích hình quạt bằng nhau trong những thời gian bằng nhau.*
- *Bình phương thời gian quay của các hành tinh thì tỷ lệ với nhau như các lập phương những bán trục lớn của các ê-líp do các hành tinh vẽ ra.*

Định luật Kepler được phát triển thành phương trình của ê-líp trong tọa độ cực với dạng:

$$r = \frac{p}{1 - e\cos\alpha},$$

trong đó e < 1 là tham số tiêu.

Phương trình trên được ứng dụng rất nhiều trong kỹ thuật, ví dụ như tính boán bánh răng hình ê-líp.

Qua việc nghiên cứu các vấn đề cơ học thiên thể, Kepler đã đưa ra phương trình mang tên của ông có dạng:

$$y - a\sin y = x$$

Kepler là một trong những người tiên phong trong việc áp dụng tích phân để tính thể tích khối tròn xoay.

Năm 1609, Kepler đưa ra khái niệm từ *tiêu điểm* như sau:

+ Tiêu điểm của đường bậc hai: là điểm nằm trong mặt phẳng của đường cong đó và có tính chất là tỷ số của khoảng cách của một điểm bất kỳ của đường cong đến tiêu điểm đối với khoảng cách đến đường chuẩn tương ứng là một hằng số tâm sai của đường cong đó.

+ Tiêu điểm trong lý thuyết phương trình vi phân: là điểm mà mọi đường cong đi qua sẽ tạo thành một đường xoắn ốc với vô số vòng.

Tuy nhiên ông là một nhà khoa học không gặp nhiều vận may. Con ông chết vì bệnh đậu mùa, vợ ông bị điên mà chết, mẹ ông bị tù vì người ta vu cho là bị ma quỷ ám, ông cũng bị làm khó dễ vì không theo đạo chính thống.

Ông qua đời năm 1630, tài sản nghèo nàn của ông chẳng có gì đáng giá, những gì ông để lại cho nhân loại chỉ là những công trình toán học và thiên văn.

RENÉ DESCARTES (1596 -1650)

Ông là một triết gia, một nhà vật lý, một nhà toán học lỗi lạc người Pháp. Ông sinh ngày 31 tháng 3 năm 1596 tại Touraine, thuộc một tỉnh nhỏ của La Haye nước Pháp, mất vào lúc 4 giờ sáng ngày 11 tháng 2 năm 1650 tại Stokholm. Ông được chôn cất tại nghĩa trang Công giáo, trên Bia mộ ghi lại những công lao của ông. Mười bảy năm sau, ông được cải táng tại Pháp, phía sau điện Panthéon, nơi yên nghỉ của các danh nhân nước Pháp.

Descartes mồ côi mẹ sau vài ngày tuổi. Từ năm lên tám tuổi, ông được gửi vào trường La Flèche Dòng Tên. Tại đó ông hình thành một thói quen dành thời gian còn trên giường vào sáng sớm để tư duy những vấn đề toán học và rất thích tranh luận với bạn bè về những vấn đề triết học liên quan đến vạn vật chung quanh.

Ông luôn tin tưởng vào khoa học, giải quyết mọi vấn đề mạch lạc giống như khi giải một bài toán vậy.

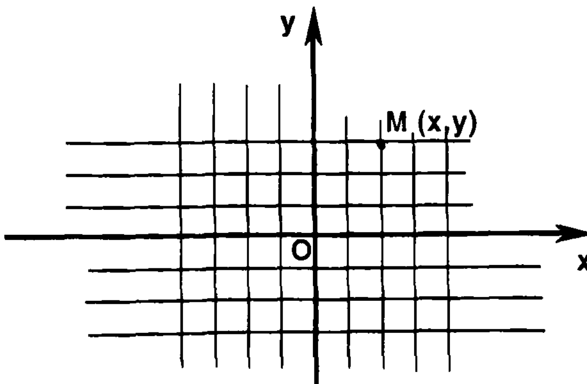
Ông rời La Flèche năm 1612. Năm 1617 ông gia nhập quân đội. Trong quân đội, ông được cử đến Hà Lan, Ý, Đức. Tại những nơi đây ông quen nhiều nhà bác học nổi tiếng. Cho đến năm 1628, ông định cư ở Hà Lan. Descartes dành nhiều thời gian cho việc du lịch, thưởng ngoạn và thư từ với bạn bè. Ông sống ở Hà Lan tất cả 20 năm. Trong thời gian này ông đã soạn ra một loạt kế hoạch làm việc lâu dài. Khi các trường đại học ở Hà Lan bắt đầu giảng học thuyết ông thì cũng là lúc ông bị nhà thờ công kích kịch liệt. Chính vì vậy, vào đầu tháng 10 năm 1649 ông phải rời Hà Lan để



đến Thụy Điển. Nhưng ông không định cư ở Thụy Điển được lâu, ông đã qua đời vào đầu năm 1650.

Khi Marin Mersenne viết thư thông báo cho ông về phán quyết của tòa án về định mệnh của Galileo thì ông tạm ngưng các cuộc tranh luận. Vì vậy những khám phá về tâm sinh lý của con người chỉ được xuất bản sau khi ông qua đời (vào năm 1662). Tài liệu đó có tên De homine. Trong đó ông đề cập đến cơ chế tự động phản xạ khi có sự kiện tác động lên con người, một tư tưởng mới so với tầm nhìn chung lúc bấy giờ. Descartes có những tư tưởng rất mới nhận định về thân xác và tâm hồn của con người. Những nhận định của ông nói lên tư tưởng siêu việt của một triết gia.

Ông đã tìm ra được định luật khúc xạ tia sáng, phát biểu định luật bảo toàn xung lượng... Descartes có đã đóng góp rất nhiều cho Toán học. Ông đã sáng lập ra môn Hình học giải tích. Nền tảng của môn này là hệ toạ độ vuông góc mang tên ông. Trong hệ tọa độ vuông góc Descartes; trục hoành Ox và trục tung Oy trực giao với nhau; đơn vị đo độ dài trên trục hoành và trục tung là như nhau.



Tọa độ Descartes

Descartes là người đầu tiên đã nhận ra được sự liên quan giữa các đỉnh, các mặt và các cạnh trong đa diện đều. Sau này được Euler làm rõ và đưa ra định lý Descartes – Euler về đa diện đều. Định lý đó khẳng định rằng với mọi đa diện đều[1] và đa diện loại không[2], ta có công thức:

$$Đ + M - C = 2,$$

trong đó Đ là số đỉnh của đa diện, M là số mặt của đa diện, C là số cạnh của đa diện.

Descartes nghiên cứu các đường cong phẳng và đưa ra dạng đường trái xoan Descartes với tính chất như sau:

Những khoảng cách r_1 và r_2 từ một điểm M tùy ý của đường cong đến hai tiêu điểm đã cho F_1 và F_2 được liên hệ bằng phương trình không thuần nhất:

$$r_1 + m\,r_2 = a \text{ (m và a là các hằng số)}$$

Đó cũng là phương trình của đường trái xoan Descartes trong các tọa độ song cực. Đường trái xoan Descartes chính là một đường cong bậc bốn.

– Khi m = 1, đường trái xoan Descartes thành hình ê-lip.

– Khi m = 1, đường trái xoan Descartes thành hình hyperbol.

Các phương pháp toán học của Descartes là một trong những lực đẩy quan trọng của sự phát triển toán học và cơ học hiện đại.

Tên của Descartes được đặt cho một miệng núi lửa trên mặt trăng. Ông là một con người vĩ đại của thiên niên kỷ.

---

[1] Đa diện đều là đa diện lồi có tất cả các mặt là đa giác đều.

[2] Đa diện không là đa diện đồng phôi với hình cầu và có các mặt là đa diện đơn giản.

CHRISTIAN HUYGENS (1629 – 1695)



Christian Huygens sinh ngày 14 tháng 4 năm 1629, mất ngày 8 tháng 7 năm 1695. Ông là nhà cơ học, nhà thiên văn, nhà toán học lỗi lạc của Hà Lan. Ông phác thảo ra lý thuyết về chuyển động tròn của con lắc xyclôít. Ông đã đưa ra cấu tạo của đồng hồ con lắc chính xác. Ngoài ra ông đã đề ra nguyên lý Huygens (nguyên lý xây dựng các mặt sóng), giải thích sự nhiễu xạ ánh sáng. Nguyên lý Huygens cho phép chúng ta giải được các bài toán về sự lan truyền của mặt đầu sóng. Nhưng lại chưa tính được cường độ các sóng theo các phương khác nhau. Người bổ khuyết cho nguyên lý Huygens là Fresnel. Ông đã giả thiết mặt bao của các sóng thứ cấp là một mặt. Tại đó do có sự giao thoa giữa các sóng thứ cấp nguyên tố, sóng tổng hợp có cường độ cực đại. Nguyên lý kết hợp giữa hai người được gọi là Nguyên lý Huygens – Fresnel.

Năm 1651, Huygens đưa ra bài tiểu luận đầu tiên của mình để chứng minh về phép cầu phương một đường tròn (Exetasis Quadraturae Circuli), tiếp theo là các tiểu luận về lý thuyết cầu phương một hyperbol, ê-lip và đường tròn (Theoremata de Quadratura Hyperboles, Ellipsis et Circuli).

Năm 1654, Huygens đưa ra bài tiểu luận chi tiết về phép tính xác suất.

ISAAC NEWTON



Isaac Newton sinh ngày 5 tháng 1 năm 1643, mất ngày 21 tháng 3 năm 1727. Ông là con của một nhà điền chủ ở miền Nam nước Anh. Bố ông mất sớm, ông ở với mẹ. Thuở nhỏ tính tình ông trầm lặng, thể lực yếu. Tuy nhiên bạn bè phải kiêng nể quyết tâm học tập của ông. Năm 18 tuổi ông vào đại học Tổng hợp Cambridge. Lúc đi học, ông say mê chế tạo các đồ chơi khoa học như: đồng hồ mặt trời, đồng hồ nước, cối xay... Ông lãnh đạo Hội khoa học Hoàng gia Anh trong 23 năm.

Newton đã biểu diễn lũy thừa nguyên không âm của nhị thức a+ b dưới dạng tổng các lũy thừa của các số hạng của nhị thức đó và gọi tên là nhị thức Newton. Với:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k,$$

trong đó C_n^k là các hệ số nhị thức và bằng:

$$C_n^k = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{1.2...k} \text{ hay } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Năm 1676, Newton chỉ ra khả năng mở rộng nhị thức Newton thành chuỗi nhị thức $(1 + x)^\alpha$ khi α là số nguyên không âm. Vào năm 1826, nhà toán học Abel đã củng cố chặt chẽ nhị thức này.

Qua công trình *Những tiên đề toán học của triết học tự nhiên* năm 1687, ông đã phát biểu các định luật cơ bản của cơ học cổ điển, xác lập định luật vạn vật hấp dẫn, nghiên cứu sự tán sắc của ánh sáng và phác thảo những cơ sở của các phép

tính vi phân và tích phân. Hiện nay tại Đại học Tổng hợp Cambridge có đặt tượng đài của ông với sự tôn kính.

Định luật thứ nhất của Newton:

Mọi vật giữ nguyên trạng thái đứng yên hay chuyển động thẳng đều cho đến khi có lực tác dụng, buộc nó phải thay đổi trạng thái đó.

Định luật thứ hai của Newton:

Đạo hàm của động lượng của chất điểm theo thời gian, tỷ lệ với lực tác dụng. Nếu khối lượng của vật không đổi thì lực tác dụng ***F*** *bằng tích số của khối lượng chất điểm* **m** *và gia tốc* **a** *của nó.*

$$\mathbf{F = m \cdot a}$$

Định luật thứ ba của Newton:

Lực tác dụng của hai vật đối với nhau bao giờ cũng bằng và ngược chiều nhau.

Trong quyển sách *"Arithmétique Universelle"* xuất bản năm 1707, Newton có đưa ra bài toán rất thú vị:

3 con bò ăn 2 công cỏ trong 2 tuần lễ, tính cả cỏ đã mọc trong 2 tuần lễ đó.

2 con bò ăn 2 công cỏ trong 4 tuần lễ, tính cả cỏ đã mọc trong 4 tuần lễ đó.

Hỏi cần bao nhiêu con bò để ăn 6 công cỏ tương tự trong 6 tuần, tính cả cỏ đã mọc trong 6 tuần lễ đó? (Tất nhiên là giả sử các con bò có sức ăn như nhau và đều đặn trong các ngày)

Giải

Gọi số cỏ (tính theo kg) mọc trên 1 công trong 1 tuần là 1 đơn vị cỏ (1đv)

Vậy 3 con bò trong 2 tuần sẽ ăn hết 2 công cỏ + 4 đv

(vì 1 công +1 tuần là 1 đv nên 2 công +2 tuần là 4 đv)

Từ đó suy ra với:

3 con bò trong 4 tuần sẽ ăn hết 4 công cỏ + 8 đv (1)

Ta đã biết:

2 con bò trong 4 tuần sẽ ăn hết 2 công cỏ + 8 đv (2)

Từ (1) và (2), ta có:

1 con bò trong 4 tuần lễ sẽ hết 2 công cỏ + 0 đv (3)

Vậy:

2 con bò trong 4 tuần lễ sẽ hết 4 công cỏ + 0 đv (4)

Từ (2) và (4), ta có:

2 công cỏ + 8 đv = 4 công cỏ + 0 đv, hay

1 công cỏ = 4 đv (5)

Từ (5) ta có số đv do 6 công trong 6 tuần là:

6 x 6 = 36 đv hay bằng 36 : 4 = 9 công cỏ.

Từ (4) ta thấy:

1 con bò trong 1 tuần lễ sẽ hết $\frac{1}{2}$ công cỏ + 0 đv

Vậy:

1 con bò trong 6 tuần lễ sẽ hết $\frac{1}{2}$ x 6 = 3 công cỏ

Như thế cần có bao nhiêu con bò ăn trong 5 tuần lễ để cho hết 6 + 9 = 15 công cỏ.

Số bò cần để ăn 15 công cỏ trong 6 tuần là:

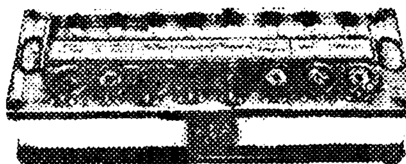
15 : 3 = 5 (con bò)

Bài toán đã được giải xong.

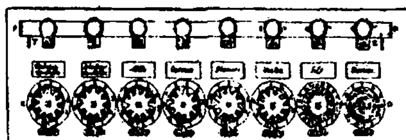
BLAISE PASCAL (1623 –1662)



BLAISE PASCAL sinh ngày 19 tháng 6 năm 1623 tại Clermont (nay là Clermont - Ferrand), Auvergne, thuộc nước Pháp. Ông là con trai duy nhất của Étienne Pascal, mẹ mất khi ông mới lên ba tuổi. Cha của Pascal quyết định không cho con học toán trước năm 15 tuổi và đem tất cả các tài liệu toán học ra khỏi nhà. Tuy vậy năm 12 tuổi, Blaise Pascal đã có thể giải được 32 định luật đầu tiên của nhà toán học Euclide. Ông đã phát hiện ra rằng tổng các góc của một tam giác bằng hai góc vuông. Vì vậy, ông Étienne Pascal bớt nghiêm khắc với con, ông cho Blaise Pascal những bản sao công trình của Euclide. Năm 16 tuổi, vào tháng 6 năm 1639, Blaise Pascal trình bày với Mersenne một tờ giấy, trong đó chứa lý thuyết những định lý của hình học xạ ảnh (*projective geometry*) và cả hình lục giác bí ẩn của ông (*Pascal's Mystic Hexagram*). Vào tháng 2 năm 1640, Blaise Pascal là xuất bản bài tiểu luận đầu tay về *Lý thuyết các tiết diện conic* ở Rouen. Từ năm 1642 đến năm 1645, Blaise Pascal tập trung vào việc chế tạo máy tính cộng trừ, để giúp cho cha trong công việc tính toán sổ sách thuế. Cách thiết kế của Blaise Pascal được gọi là *Pascaline*, cấu tạo của nó vẫn được dùng để thiết kế cho máy tính cơ khí cho đến năm 1940. Ngày 19 tháng 8 năm 1662, Blaise Pascal mất tại Paris.



Hình chụp máy tính của B. Pascal



Hình vẽ mặt trên máy tính của B Pascal

Trong lĩnh vực toán học Blaise Pascal có nhiều công trình nghiên cứu như:

– Tam giác Pascal: Trong số học chúng ta đã quen thuộc với tên gọi *tam giác Pascal.* Năm 1665, Pascal đã nêu ra tính chất của một dạng tam giác, trong đó mỗi số của tam giác bằng tổng số hai số đứng trên số đó. Tam giác đó được Pascal nêu ra trong tác phẩm *"Luận về tam giác số học"*, vì vậy người ta gọi đó là tam giác Pascal hay tam giác số học.

Bảng hình tam giác tạo ra từ hệ số nhị thức:

$$C_0^0$$

$$C_1^0 \quad C_1^1$$

$$C_2^0 \quad C_2^1 \quad C_2^2$$

$$C_3^0 \quad C_3^1 \quad C_3^2 \quad C_3^2 \quad C_3^3$$

. . . .

Thay các giá trị hằng số vào thì tam giác Pascal có dạng:

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

. . . .

Nhưng thật ra Pascal không phải là người đầu tiên tìm ra tam giác số học ấy. Một số người đã tìm ra tam giác số học trước Pascal là:

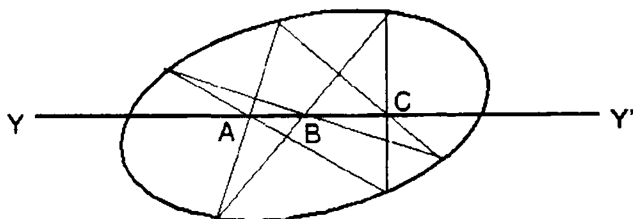
+ Pintala là thi sĩ Ấn Độ vào thế kỷ thứ hai trước Công nguyên đã dùng tam giác số học để giải quyết những vấn đề trong thi ca.

+ Người Trung Quốc đã biết dùng tam giác số học vào năm 1303.

+ Stifel người Đức đã dùng tam giác số học vào năm 1544.

– **Định lý Pascal:** Trong mọi hình sáu đỉnh nội tiếp trong một hàng điểm bậc hai (đường cong bậc hai, thiết diện cônic), ba giao điểm của các cạnh đối diện nằm trên cùng một đường thẳng, đó là đường thẳng Pascal. Định lý này đã được B. Pascal chứng minh vào năm 1639. Đây chính là một trong những định lý cơ bản của hình học xạ ảnh.

Ví dụ trên đường cong bậc hai có sáu điểm như hình vẽ. Ba giao điểm A, B, C của các cạnh đối diện nằm trên cùng một đường thẳng YY'.



Thật khó tưởng tượng ra một cậu bé 16 tuổi ở thế kỷ XVII mà đã có thể nghĩ ra hình lục giác bí ẩn này.

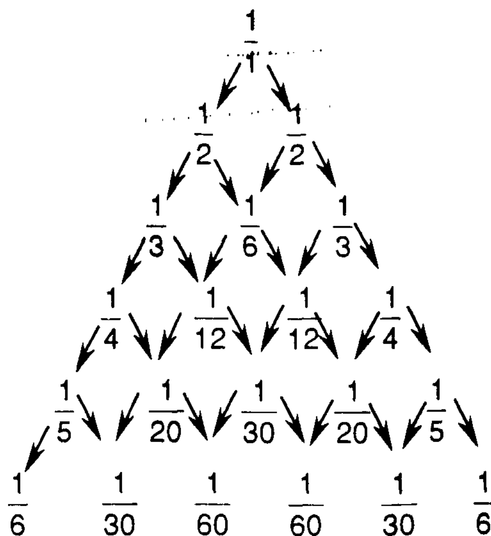
Pascal còn nghiên cứu ra dạng đường ốc sên Pascal bằng phương pháp quỹ tích. Trong hệ tọa độ vuông góc, phương trình của đường ốc sên Pascal là một đường cong bậc bốn với dạng:

$$(x^2 + y^2 - 2Rx)^2 - a^2 (x^2 + y^2) = 0,$$

trong đó R là bán kính đường tròn cho trước trong đường ốc sên Pascal.

WILHEM LEIBNITZ

Wilhem Leibnitz sinh ngày 1 tháng 7 năm 1646 tại thành phố Leipzig của nước Đức, mất vào năm 1716. Năm 15 tuổi, ông vào Đại học Leipzig, học luật và nghiên cứu toán học. Sau đó vài năm, ông chuẩn bị bảo vệ luận án tiến sĩ luật, nhưng bị từ chối vì còn quá trẻ. Tháng 11 năm 1666 ông bảo vệ luận án Tiến sĩ ở Nuremberg (thành phố này hiện nay có đặt Tòa án Quốc tế), ông ở lại dạy luật và nghiên cứu toán học ở đó. Leibnitz là người đã nghĩ ra máy tính làm các phép tính nhân chia, hơn hẳn máy tính của Pascal chỉ thực hiện được phép tính cộng trừ. Ông rất say mê khoa học, dành cả đời mình cho việc tự học tập, nghiên cứu. Ông đã từng là chủ tịch đầu tiên của Viện Hàn lâm Khoa học Paris. Tam giác điều hòa Leibnitz được sử dụng rất nhiều.



$\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$; $\frac{1}{4}=\frac{1}{5}+\frac{1}{20}$; $\frac{1}{5}=\frac{1}{6}+\frac{1}{30}$

LEONHARD EULER (1707 – 1783)



Leonhard Euler sinh ngày 15 tháng 4 năm 1707 ở Basel – Thụy Điển và mất ngày 18 tháng 9 năm 1783 ở Petersburg - Nga. Ông là nhà cơ học, nhà toán học lỗi lạc. Ông đã được nhà toán học Bernoulli giúp đỡ và khuyến khích đi vào con đường toán học. Ông có nhiều công trình về vật lý và toán học. Ông là người sáng lập ra phép tính biến phân. Năm 1724, ông được phong làm giáo sư lúc 17 tuổi. Năm 1726 ông đến dạy y tại Petersburg – Nga. Năm 1730, ông làm Viện sĩ Viện Hàn lâm Khoa học ở Petersburg và chuyển sang dạy toán.

Năm 1735, ông bị mù mắt phải trong khi say mê giải bài toán do Viện Hàn lâm Paris đặt, trong ba ngày. Năm sau ông bị mù tiếp con mắt thứ hai. Tuy vậy, ông vẫn tiếp tục nghiên cứu và đọc cho phụ tá viết ra các công trình của mình. Cho đến lúc mất, ông đã xuất bản một khối lượng công trình khoa học rất lớn. Euler có công rất nhiều trong việc cải tiến kỹ thuật vẽ bản đồ. Ông đã giúp nước Nga đào tạo những nhà bản đồ học cho ngành hàng hải. Ông có những công trình về phép tính tích phân, số và lý thuyết đường cong, chuỗi siêu hình học, lượng giác... Ngoài ra, ông có công lớn trong việc đưa ứng dụng một số ký hiệu toán học một cách rõ ràng như e, i, π... Trong tác phẩm *"Cơ học được biểu diễn bằng phương pháp giải tích"* năm 1736, ông đã đặt nền móng cho động học và động lực học vật rắn. Ông đã đưa ra phác thảo ban đầu về lý thuyết con quay.

– Euler và bài toán Goldbach-Euler:

Vào năm 1742, Viện sĩ Hàn lâm Khoa học ở Petersburg gửi thư cho Euler và nêu ra bài toán với chứng minh rằng: mọi số lẻ bắt đầu từ số 5 đều có thể biểu diễn dưới dạng tổng của ba

số nguyên tố. Trong thư trả lời, Euler đã chứng minh thêm rằng: mọi số chẵn bắt đầu từ 4 có thể biểu diễn dưới dạng tổng hai số nguyên tố. Từ đó bài toán Goldbach–Euler ra đời.

– Euler và Thủy tĩnh học

Euler đã đưa ra phương trình cân bằng trong Thủy tĩnh học:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho X; \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y; \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z$$

hay được viết ở dạng:

$$d_p = \rho\left(X d_x + Y d_y + Z d_z\right)$$

– Euler và chuỗi điều hòa

Chuỗi điều hòa là chuỗi mà các số hạng của nó nghịch đảo với các số tự nhiên.

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{n} + \ldots$$

Euler đã tính được tổng số của n số hạng đầu tiên của chuỗi điêu hòa theo công thức như sau:

$$S_n = \ln n + C + \varepsilon_n,$$

trong đó C là hằng số Euler, $\varepsilon_n \to 0$, khi $n \to \infty$. Từ đó Euler suy ra:

$$S_n \to 0, \text{ khi } n \to \infty.$$

– Hằng số Euler

Từ giới hạn: $\lim\limits_{n \to \infty} \left\{ \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln n \right\} = C = 0{,}577215\ldots$

Euler đã đưa ra hằng số Euler để chỉ một số cách biểu diễn số C dưới dạng chuỗi tích phân. Ví dụ:

$$C = \int_0^1 \left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{\ln x} \right) dx, \; 1 - C = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n} \{\xi_n - 1\}$$

Trong đó ξ_n là hàm dêta.

– Euler và chuỗi siêu hình học

Vào năm 1778, Euler là người đầu tiên nghiên cứu chuỗi siêu hình học, chuỗi có dạng:

$$y(\alpha, \beta, \gamma, x) = 1 + \frac{\alpha\beta}{1.\gamma} x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1.2.\gamma.(\gamma+1)} x^2 + \\ + \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{1.2.3.\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)} x^3 + \ldots$$

– Một số công thức quan trọng của Euler

+ Công thức liên hệ các hàm lượng giác và các hàm mũ:

$$Cos\,x = \frac{(e^{ix} + e^{-ix})}{2}; \; Sin\,x = \frac{(e^{ix} - e^{ix})}{2i}; \; e^{ix} = cos\,x + i\,sin\,x$$

+ Công thức biểu thị hàm $sin\,x$ thành tích vô hạn:

$$\frac{sin\,x}{x} = \underset{k=1}{\overset{\infty}{\pi}} \left(1 - \frac{x^2}{k^2\pi^2} \right)$$

Euler làm toán

Có truyện kể rằng, khi còn đi học ông đã làm thầy giáo và các bạn ngạc nhiên về bài toán nhập môn đại số của ông. Nội dung bài toán đó như sau:

Hai phụ nữ nông dân đem 100 quả trứng ra chợ để bán. Trong đó, người này có nhiều trứng hơn người kia nhưng hai người thu được số tiền như nhau. Người thứ nhất nói với người thứ hai: "Nếu tôi có được số trứng của bà tôi đã thu được 15

đồng". Người thứ hai trả lời lại: "Nếu tôi có được số trứng của bà tôi đã thu được $6\frac{2}{3}$ đồng". Hỏi mỗi bà có bao nhiêu trứng?

Giải

- ***Cách 1:*** *Áp dụng đại số*

Gọi x là số trứng của người thứ nhất. Thì số trứng của người thứ hai là (100 – x). Chúng ta sẽ có phương trình:

$$\frac{15x}{100 - x} = \frac{20(100 - x)}{3x}$$

Sau khi giải phương trình, chúng ta thu được hai nghiệm:

$$x_1 = 40;\ x_2 = -200$$

Vì số trứng phải là số dương nên loại nghiệm $x_2 = -200$, chọn nghiệm $x_1 = 40$ trứng.

Kết luận, bà thứ nhất mang 40 quả trứng, bà thứ hai mang 60 quả trứng.

- ***Cách 2:*** *Áp dụng việc lập luận*

Cho rằng bà thứ hai có số trứng gấp n lần số trứng của bà thứ nhất. Nhưng do họ bán được số tiền như nhau nên bà thứ nhất bán mắc hơn bà thứ hai n lần. Nếu trước khi bán họ đổi trứng cho nhau thì bà thứ nhất có số trứng gấp n lần bà thứ hai nhưng bà thứ nhất vẫn bán mắc hơn n lần so với bà thứ hai. Như vậy số tiền bán được của bà thứ nhất sẽ nhiều hơn n^2 lần số tiền bán trứng của bà thứ hai. Do vậy, chúng ta có:

$$n^2 = \frac{15}{6\frac{2}{3}} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4}$$

Suy ra: $$n = \frac{3}{2}$$

Vậy, tổng số phần bằng nhau là: 3 + 2 = 5 (phần).

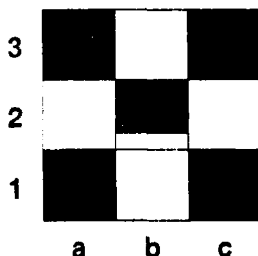
Giá trị 1 phần: 100 : 5 = 20 quả trứng.

Số trứng của người thứ nhất: 2 phần x 20 quả = 40 quả trứng

Số trứng của người thứ hai: 3 phần x 20 quả = 60 quả trứng

Euler và môn cờ vua

Euler có một say mê, đó là môn cờ vua. Đã có lần ông nghiên cứu về khả năng xuất phát của con mã trên bàn cờ. Khi con mã xuất phát từ một ô cho trước trên bàn cờ, sao cho mỗi ô cờ được con mã đi qua một lần. Vậy thứ tự nước đi đó là gì? Tất nhiên, không phải đó là lời giải dễ dàng. Vị trí đầu tiên của con mã rất quan trọng. Ví dụ trong 9 ô cờ sau, nếu con mã ở ô b2 thì không thể nào đi vòng qua lần lượt 9 ô cờ được.. Còn nếu ở các ô khác thì có thể nhảy qua lần lượt 9 ô cờ, mỗi ô một lần.



Nếu khó hơn, yêu cầu của câu hỏi đề nghị con mã đi hết một nửa bàn cờ bên này trước rồi mới đến một nửa bàn cờ bên kia. Với sơ đồ bước nhảy của con mã ở trang sau, con mã nhảy từ ô số 1 đến ô 32 chỉ nằm ở nửa bàn cờ phía dưới. Con mã nhảy từ ô 33 đến ô 64 ở nửa bàn cờ phía trên. Sau này để cho khó hơn, người ta còn đề nghị cho con mã nhảy theo yêu cầu mỗi ô một lần nhưng tổng số các số theo hàng dọc, ngang, chéo của 9 ô vuông có giá trị bằng nhau. Chín ô vuông tạo thành một hình vuông lớn (dọc có 3 ô, ngang có 3 ô). Người ta gọi đó là ô vuông quỷ thuật.

Tìm cách giải các nước đi của quân cờ là một niềm say mê của nhiều nhà khoa học, trong đó có cả L. Euler.

Thế còn bạn thì sao, bạn có muốn thử giải các bước nhảy của quân cờ trên bàn cờ vua không?

Hãy kiên nhẫn thử từng bước. Nếu cẩn thận, bạn nên ghi lại những bước đi của quân cờ. Sau đó sẽ nghiệm lại và tự tìm lấy quy luật cho riêng mình. Không chỉ có một cách giải mà có rất nhiều cách đi của quân cờ.

Nếu đã cố gắng mà chưa tìm được lời giải, mời bạn hãy tham khảo các nước đi của Euler qua bàn cờ sau:

37	62	43	56	35	60	41	50
44	55	36	61	42	49	34	59
63	38	53	46	57	40	51	48
54	45	64	39	52	47	58	33
1	26	15	20	7	32	13	22
16	19	8	25	14	21	6	31
27	2	17	10	29	4	23	12
18	9	28	3	24	11	30	5

Sơ đồ bước nhảy của con mã

Sau này, có một sơ đồ khác của quân mã có thể thỏa điều kiện tổng số từng hàng dọc bằng tổng số từng hàng ngang bằng 260.

Tuy nhiên lại không thể nhảy nửa bàn cờ phía dưới rồi đến nửa bàn cờ phía trên. Quân cờ phải được phép nhảy tự do trên bàn cờ. Vị trí xuất phát của quân cờ cũng không bị hạn chế.

Để tìm một nước đi hay cho quân cờ là một việc khó, nhưng tìm nước đi cho quân cờ để đáp ứng một điều kiện cho trước thì còn khó hơn nhiều lần. Sau đây là sơ đồ bàn cờ với các bước nhảy của quân mã, sao cho tổng cột hoặc hàng đều bằng 260.

50	11	24	63	14	37	26	35
23	62	51	12	25	34	15	38
10	49	64	21	40	13	36	27
61	22	9	52	33	28	39	16
48	7	60	1	20	41	54	29
59	4	45	8	53	32	17	42
6	47	2	57	44	19	30	55
3	58	5	46	31	56	43	18

Sơ đồ bước nhảy của con mã với tổng 260

Ô vuông quỷ thuật thật ra chỉ là ma phương. Nghĩa là bảng ô vuông chứa các ô vuông, trên đó có ghi các con số thỏa mãn một tính chất nào đó.

Ví dụ chúng ta cùng xem bảng ma phương trong bức tranh của họa sĩ Albert Durer người Đức (1471 – 1528).

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Tổng các số ở hàng dọc, ngang, chéo đều bằng 34.

Hai ô giữa ở hàng dưới cùng ông ghi số năm vẽ bức tranh ma phương, năm 1514.

Thời đó, Euler cũng đặt ra bài toán ma phương với 25 sĩ quan. Ông chia làm 5 loại binh chủng, đặt tên mỗi binh chủng trong ô vuông của ma phương 5 x 5. Sao cho mỗi hàng và cột đều có đủ 5 tên binh chủng.

Tuy nhiên, sau khi nâng cấp bài toán ma phương lên 36 sĩ quan với 6 loại binh chủng, xếp trong ô 6 x 6 thì Euler chưa giải được. Mãi cho đến năm 1901, một số nhà toán học trả lời bài toán ấy không có lời giải. Nếu bạn thích thú với bài toán ma phương này, hãy tìm cách giải thử xem, biết đâu sẽ có kết quả.

SIMÉON DENIS POISSON (1781 - 1840)



Siméon Denis Poisson sinh ngày 21 tháng 6 năm 1781 tại Pithiviers, Pháp. Ông mất ngày 25 tháng 4 năm 1840 tại Sceaux (gần Paris), Pháp. Poisson là một nhà khoa học tài ba người Pháp. Thế nhưng, ít ai tin được thuở nhỏ ông lại rất sợ toán học. Tuy nhiên thật may mắn, nhờ giải được một bài toán nhỏ, ông lại thấy yêu thích môn toán và đã trở thành nhà toán học lỗi lạc.

Thế bạn có thắc mắc về nội dung bài toán đã biến đổi quan niệm của Poisson không?

Một hôm, ông cầm một bình không 8 lít đi ra chợ với dự định mua 6 lít sữa. Người bán hàng có một bình 12 lít đựng đầy sữa và một bình không có dung tích 5 lít. Như vậy, cả hai chẳng ai có cái bình 6 lít cả. Vậy người bán hàng phải đong sữa cho ông như thế nào?

Poisson đã giải quyết bài toán đó như sau:

- Lần thứ nhất: đổ sữa ở bình 12 lít qua đầy bình sữa 5 lít. Bình 12 lít còn lại 7 lít sữa.
- Lần thứ hai: đổ 7 lít sữa ở bình 12 lít sang bình 8 lít. Lúc này bình 12 lít trống, bình 8 lít có 7 lít sữa.
- Lần thứ ba: đổ thêm 1 lít sữa từ bình 5 lít để làm đầy bình 8 lít. Bình 5 lít còn lại 4 lít sữa.
- Lần thứ tư: đổ tất cả sữa ở thùng 8 lít sang thùng 12 lít. Lúc này thùng 8 lít rỗng, thùng 12 lít có 8 lít sữa.
- Lần thứ năm: đổ 4 lít sữa còn lại ở thùng 5 lít sang thùng 8 lít. Lúc này thùng 5 lít rỗng, thùng 8 lít có 4 lít sữa, thùng 12 lít có 8 lít sữa.

- Lần thứ sáu: từ thùng 12 lít, đổ đầy cho bình 5 lít sữa. Như vậy bình 12 lít còn 3 lít sữa, bình 8 lít có 4 lít sữa, bình 5 lít đầy sữa.
- Lần thứ bảy: từ thùng 5 lít, đổ đầy sữa cho bình 8 lít. Như vậy bình 5 lít còn lại 1 lít, bình 8 lít đầy sữa, bình 12 lít có 3 lít sữa.
- Lần thứ tám: đổ tất cả sữa ở bình 8 lít sang bình 12 lít. Như vậy ở bình 12 lít có 11 lít sữa, bình 8 lít rỗng, bình 5 lít vẫn có 1 lít sữa.
- Lần thứ chín: đổ tất cả sữa ở bình 5 lít sang bình 8 lít. Như vậy ở bình 12 lít có 11 lít sữa, bình 8 lít có 1 lít sữa, bình 5 lít rỗng.
- Lần thứ mười: từ bình 12 lít đổ đầy sữa cho bình 5 lít. Như vậy bình 12 lít còn 6 lít sữa, bình 8 lít có 1 lít sữa, bình 5 lít đầy sữa.
- Lần thứ mười một: đổ tất cả sữa ở bình 5 lít sang bình 8 lít. Như vậy bình 12 lít của người bán hàng có 6 lít sữa, bình 5 lít lại rỗng như lúc đầu, bình 8 lít của Poisson có được 6 lít sữa.

Bài toán đã giải xong. Tuy nhiên, khi về đến nhà Poisson thấy chưa hài lòng với cách giải đó, ông đã làm lại và tìm ra cách giải ngắn gọn hơn. Cách đó được trình bày như sau:

- Lần thứ nhất: đổ sữa ở bình 12 lít qua đầy bình sữa 8 lít. Bình 12 lít còn lại 4 lít sữa, bình 8 lít đầy sữa.
- Lần thứ hai: đổ sữa ở bình 8 lít qua đầy bình sữa 5 lít. Bình 8 lít còn lại 3 lít sữa, bình 5 lít đầy sữa, bình 12 lít có 4 lít sữa.
- Lần thứ ba: đổ tất cả sữa ở bình 5 lít sang bình 12 lít. Bình 12 lít có 9 lít sữa, bình 5 lít rỗng, bình 8 lít vẫn có 3 lít sữa.
- Lần thứ tư: đổ 3 lít sữa ở bình 8 lít sang bình 5 lít. Như vậy bình 8 lít rỗng, bình 5 lít có 3 lít sữa, bình 12 lít vẫn có 9 lít sữa.

- Lần thứ năm: từ bình 12 lít đổ đầy sữa cho bình 8 lít. Như vậy bình 12 lít còn lại 1 lít, bình 8 lít đầy, bình 5 lít vẫn có 3 lít.
- Lần thứ sáu: từ bình 8 lít đổ 2 lít sữa qua bình 5 lít để làm đầy bình sữa đó. Như vậy, bình sữa 8 lít còn lại 6 lít. Đem đổ tất cả sữa ở bình 5 lít sang bình 12 lít để bình đó có được 6 lít sữa. Cuối cùng bài toán đã giải xong, chỉ cần 6 lần là đủ.

Poisson được nhiều Viện Hàn lâm Khoa học trên thế giới bầu làm Viện sĩ danh dự. Ông dành cả cuộc đời cho toán học, ngay cả trước lúc mất ông vẫn thốt lên câu nói: "Nếu được sống thêm một cuộc đời nữa, tôi lại làm toán".

Poisson đã có một định lý nổi tiếng mang tên ông, định lý khẳng định rằng: *Nếu có n phép thử độc lập, trong mỗi phép thử xác suất xuất hiện biến cố A bằng p, trong đó p bé, còn n lớn, thì xác suất sao cho biến cố A xuất hiện đúng m lần xấp xỉ bằng:*

$$\frac{\lambda_n^m}{m!}e^{-\lambda}, \text{ trong đó } \lambda_n = np.$$

Poisson còn đưa ra một cách phân phối có tên là Phân phối Poisson. Cách phân phối này xuất phát từ bài toán sau: *Có n biến cố đồng khả năng (với xác suất λ/n), hỏi xác suất để xuất hiện đúng k biến cố trong số các biến cố đang được xét đến bằng bao nhiêu?*

Với các n đủ lớn, xác suất đó xấp xỉ bằng $P_k(\lambda)$. Trong đó:

$$P_k(\lambda) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

k: số giá trị biến ngẫu nhiên; λ: tham số.

VIKTOR YAKOVLEVICH BUNYAKOVSKY (1804 – 1889)



Viktor Yakovlevich Bunyakovsky sinh ngày 16 – 12 – 1804 tại Ucraina, mất ngày 12 – 12 – 1889 tại St. Petersburg, Nga.

Năm 1825 ông nhận bằng tiến sĩ ở Paris. Ông nghiên cứu và giảng dạy tại St. Petersburg, Nga. Các công trình khoa học của ông được ra đời tại St. Petersburg.

Ông đã nghiên cứu về lý thuyết số, cơ ứng dụng, thủy tĩnh học, hình học...

Ông đã công bố trên 150 công trình về cơ học và toán học. Ông được mọi người biết nhiều qua công trình nghiên cứu bất đẳng thức Schwartz. Bất đẳng thức này ngày nay có tên bất đẳng thức Cauchy-Bunyakovsky-Schwartz.

Bất đẳng thức Bunyakovsky

Đây là một trong những bất đẳng thức quan trọng nhất của toán giải tích.

$$\left(\int_a^b a(x).b(x)dx\right)^2 \leq \int_a^b a^2(x)dx.\int_a^b b^2(x)dx$$

Bất đẳng thức Bunyakovsky gần giống như bất đẳng thức Cauchy đối với các tổng hữu hạn.

Bất đẳng thức Cauchy được Cauchy lập ra vào năm 1821. Đây là một bất đẳng thức rất quan trọng, được ứng dụng nhiều trong các lĩnh vực toán học và vật lý.

Bất đẳng thức Cauchy có dạng:

$$\left(\sum_{k=1}^{n} a_k\, b_k\right)^2 \leq \left(\sum_{k=1}^{n} a_k^2\right)\left(\sum_{k=1}^{n} b_k^2\right)$$

Giả thiết Bunyakovsky

Muốn cho một đa thức nguyên tối giản $f(x)$ nhận các giá trị là các số nguyên tố trên một tập hợp vô hạn các giá trị là các số tự nhiên khác nhau của đối số x, thì chỉ cần là: không tồn tại một số tự nhiên khác đơn vị nào là ước số của các số $f(k)$ với mọi k nguyên.

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n \ (a_0 > 0)$$

Giả thiết Bunyakovsky là tiền đề cho một giả thiết tổng quát của nhà toán học Ba Lan A. Chintxel:

Nếu $f_i(x)$ (i = 1, 2, ..., s) là các đa thức nguyên tối giản với hệ số cao nhất dương và nếu không tồn tại một số nguyên lớn hơn đơn vị là ước số của tích $f_1(k)\, f_2(k) \ldots f_s(k)$ với mọi k nguyên, thì tồn tại một tập hợp vô hạn các số tự nhiên m, sao cho mỗi một trong số $f_1(m) f_2(m)$ là số nguyên tố.

EVARIST GALOIS (1811 – 1832)

Evarist Galois sinh ngày 26 tháng 10 năm 1811 tại thị trấn Bularen cách Paris khoảng 10km, mất vào 10 giờ sáng ngày 30 tháng 5 năm 1832.

Từ những năm đang còn học trung học, Galois đã say mê nghiên cứu các tài liệu toán học dành cho bậc đại học. Đó là nền tảng cho sự sáng tạo trong toán học của ông.

Tuy vậy, ông hai lần thi trượt trường Bách khoa. Nguyên nhân cũng do ông tranh luận với người hỏi vấn đáp trong kỳ thi và cuối cùng bực mình vì gặp phải người trình độ kém hơn mình, ông đành chịu rớt. Sau cùng ông phải xin vào lính pháo binh để kiếm sống. Năm 17 tuổi ông vẫn được tuyển sang lớp chuyên toán của trường Louis Đại đế. Tại đây, ông được thầy giáo Risa giúp đỡ phát triển tài năng của mình. Tháng 2 năm 1830 ông được vào đại học. Sau này, ông được nhà toán học Poisson giúp đỡ để gửi đến Viện Hàn lâm một công trình đại số. Tuy nhiên, do chưa được nghiên cứu kỹ nên người ta kết luận là "khó hiểu, chưa rõ ràng". Sau này công trình có tên là "Lý thuyết Galois".

Lý thuyết Galois

Đây là dạng phương trình một ẩn có dạng:

$$x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + ... + a_{n-1}x + a_n = 0$$

Biểu diễn các nghiệm của phương trình trên qua các hệ số a_1, a_2, ..., a_n của nó nhờ bốn phép tính số học và phép khai căn.

Ngày 30 tháng 5 năm 1832, ông nhận lời thách thức đấu súng để bảo vệ danh dự. Biết không qua được trận đấu súng, ông thức cả đêm để viết lại công trình nghiên cứu toán học của mình với hơn 60 trang giấy. Cuối cùng, ông ghi vội vã: "Tôi không có thì giờ, không còn kịp nữa...". Tài liệu ông để lại rất có ích cho sự phát triển của toán học.

SAM LOYD (1841 – 1911)

Sam Loyd sinh ngày 30 – 1 – 1841 ở Philadelphia – Mỹ và mất năm 1911. Ông lớn lên và học tại trường trung học của New York – Mỹ.

Ông không phải là một nhà toán học lỗi lạc nhưng ông là một người say mê toán học. Ông đã có công rất nhiều trong việc đem niềm say mê toán học đến những người khác.

Ông là chuyên gia về toán đố vui. Từ trẻ, ông rất thích biên soạn những bài toán vui và mời mọi người cùng tham gia giải toán.

Ông đã từng phụ trách mục *Toán* trong tạp chí Chess Monthly (Nguyệt san cờ vua), mục *Toán đố* cho báo Brooklyn Daily Eagle (Nhật báo Chim ưng Brooklyn), sau cùng là trang toán đố của tạp chí Woman's Home Companion (Sổ tay nội trợ).

Khi ông mất, con trai ông đã tập hợp những bài toán vui của ông và xuất bản quyển sách mang *tên Bách khoa toàn thư các bài toán đố vui* (Cyclopedia of Puzzles) năm 1914. Sách của ông nhanh chóng được dịch sang nhiều thứ tiếng.

Chúng ta cùng nhau xem qua vài ví dụ về bài toán đố vui của ông.

Ví dụ 1:

Khi Sam Loyd còn trẻ, ông một có thời gian ở tỉnh lẻ và thường cùng bạn bè đặt mua bóng qua đường bưu điện. Họ xem mẫu hàng qua tập mẫu (catalogue) của cửa hàng thể thao. Trong đó giới thiệu kích thước bóng. Ông đã nảy ra một bài toán đố như sau:

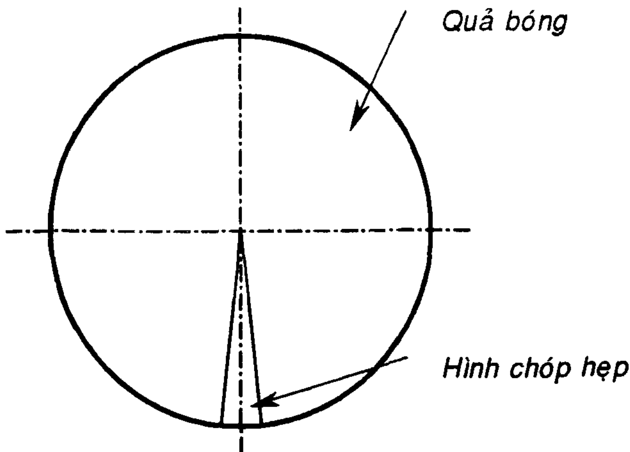
"Người đặt hàng mua bóng phải ghi kích thước của quả bóng lên đơn đặt hàng. Thế nhưng, do tập mẫu ghi không rõ

nên họ không biết kích thước ghi trên mẫu là diện tích vỏ cao su hay thể tích của quả bóng.

Cuối cùng, họ chọn mua quả bóng có trị số diện tích và trị số thể tích bằng nhau (đơn vị tính theo inch, không tính đến biểu thị bình phương diện tích và biểu thị lập phương thể tích). Vậy hỏi đường kính của quả bóng là bao nhiêu inch?"

Giải

Có thể cho rằng thể tích của quả bóng là tổng thể tích những hình nón hẹp có đỉnh tập trung vào tâm của quả bóng và đáy ở vỏ của quả bóng. Người ta biết rằng, thể tích của hình chóp bằng diện đáy nhân với 1/3 chiều cao. Do vậy, thể tích của quả bóng sẽ bằng tổng diện tích đáy của các hình chóp nhân với 1/3 chiều cao (chính là bán kính quả bóng).Từ đó cho thấy 1/3 bán kính quả bóng có giá trị là 1. Hay bán kính quả bóng có giá trị là 3 inch. Tất nhiên đường kính quả bóng sẽ là 6 inch.



Ví dụ 2:

Một thầy giáo khi giảng bài cho học sinh có nói rằng: "Có nhiều khi tổng số bằng tích số. Ví dụ 2 cộng với 2 bằng 2 nhân với 2. Một học sinh giơ tay lên với thắc mắc: "Thưa thầy, thế có bao nhiêu số có thể thỏa với đẳng thức a x b = a + b?"

Còn các bạn, các bạn nghĩ sao?

Giải

Nếu chỉ nhìn thoáng qua thì chúng ta thấy chỉ có mỗi một trường hợp đã nêu:

2 x 2 = 2 + 2 là đúng với đẳng thức: a x b = a + b

Thật ra không phải như vậy. Với 2 x 2 = 2 + 2 chỉ là trường hợp đặc biệt của đẳng thức, vì lúc đó a = b.

Có rất nhiều, không hạn chế cặp số thỏa mãn đẳng thức trên. Nghĩa là tổng số của a, b bằng tích số của chúng. Nếu chọn trước số a thì số b sẽ bằng a chia cho a – 1. Ví dụ:

Biết a = 6; vậy b = $\frac{a}{a-1} = \frac{6}{6-1} = \frac{6}{5}$

Chúng ta thấy: $6 + \frac{6}{5} = 6 \times \frac{6}{5} = \frac{36}{5}$

Như vậy, bài toán đã được giải xong.

SOFIA VASILYEVNA KOVALEVSKAYA (1850 – 1891)



Bà sinh ngày 15 – 1 – 1850 tại Moscow – Nga, mất ngày 10 – 2 – 1891 tại Stockholm – Thụy Điển. Bố mẹ bà là những người có học thức, thuộc giới quý tộc Nga. Chính vì vậy, bà được giáo dục đầy đủ từ thuở bé. Toán học luôn có sức cuốn hút bà từ khi còn nhỏ. Thêm vào đó, người chú Pyotr Vasilievich Krukovsky rất trọng toán học đã gieo vào lòng bà sự sùng bái môn học này. Bà hiểu rằng toán học sẽ mở ra cho người yêu thích nó một thế giới mới. Khi bà được 11 tuổi, các bức tường trong căn hộ của bà được dán đầy những trang bài giảng của Ostrogradski về giải tích tích phân và phương trình đạo hàm riêng. Thật là một cách trang trí phòng có một không hai. Ngoài ra, dưới sự hướng dẫn của gia sư Y. I . Malevich, bà đã có những bước đầu tiên nghiên cứu về toán học... Bà đã viết: *"Tôi bắt đầu cảm thấy sức lôi cuốn của toán học mãnh liệt đến nỗi tôi bắt đầu xao lãng các môn học khác."*

Bố của bà đã có lần quyết định ngăn cản niềm say mê toán học của bà, nhưng bà lại càng say mê hơn, nghiên cứu toán học vào cả những đêm khuya. Có một lần, người hàng xóm nhà của bà là giáo sư Tyrtov đã tặng gia đình bà quyển sách giáo khoa vật lý do ông soạn, bà đã đọc thử. Những khái niệm lượng giác trong sách làm bà không hiểu, bà đã tự tìm cách giải thích cho mình. Thấy vậy, vị giáo sư nọ trao đổi với bố của bà, nên cho bà nghiên cứu toán học tiếp tục. Cũng đến vài năm sau, bố của bà mới đồng ý cho bà học riêng về những khóa đào tạo toán học. Thế là Sofia Vasilyevna Kovalevskaya phải lập gia đình để có thể ra nước ngoài học tập. Với cuộc hôn nhân vội vã này, bà đã phải khổ sở trong 15 năm ròng rã vì sự không thông cảm của chồng.

Năm 1869, bà đến Heidelberg để học toán và những môn khoa học tự nhiên khác. Tuy nhiên, lúc này phụ nữ chưa được

bước chân vào trường đại học. Bà phải bỏ nhiều công sức để *thuyết phục những người có trách nhiệm của trường đại học* cho phép bà được dự thính. Tuy vậy, bà đã làm các vị giáo sư phải ngạc nhiên về sự xuất sắc phi thường của mình. Năm 1871, bà chuyển đến Berlin để học với Weierstrass, người đã cố gắng xin cho bà được học trong trường đại học. Tuy nhiên quốc hội lúc bấy giờ vẫn từ chối cho phép bà chính thức học tập trong trường đại học. Thế là bà đành phải học riêng với Weierstrass trong vòng bốn năm. Mùa xuân năm 1874, bà đã đăng được ba bài báo về phương trình đạo hàm riêng, tích phân Abel, vành Saturn. Weierstrass đánh giá rất cao về nội dung của ba bài viết trên, ông cho rằng với nội dung đó đã xứng đáng phong danh hiệu Tiến sĩ Toán học cho bà. Cuối cùng, bà đã được cấp bằng Tiến sĩ với nhiều lời khen ngợi của trường đại học Gottingen. Sofia Vasilyevna Kovalevskaya đã có nhiều đóng góp cho lý thuyết phương trình vi phân. Năm 1875, bài báo của bà được đăng trong Crelle's Journal. Với bằng Tiến sĩ và sự giới thiệu của Weierstrass, bà vẫn không được giữ chức vụ khoa học nào cả. Năm 1878, bà sinh được người con gái. Đến năm 1880 bà mới bắt đầu trở lại với toán học. Năm 1882 bà chuyển sang nghiên cứu về khúc xạ ánh sáng và đã đăng báo về vấn đề này. Cuối cùng, mọi cố gắng của bà và đồng nghiệp đã có kết quả. Bà được công nhận là phó Giáo sư ở Stockholm, sau đó được cử làm quyền Giáo sư. Vào tháng 6 năm 1889, bà là một trong những phụ nữ đầu tiên được giữ chức vụ chính thức ở trường đại học của châu Âu. Trong thời gian sau này, hoạt động toán học của bà rất hiệu quả. Bà làm cầu nối, liên lạc giữa các nhà toán học giữa Berlin và Paris. Bà trở thành thư ký tòa soạn của tạp chí Acta Mathematica. Bà đã tham dự nhiều hội nghị quốc tế. Bà được bầu làm viện sĩ thông tấn Viện Hàn lâm Khoa học Hoàng gia Nga, mặc dù có nhiều chống đối về phía chính quyền Sa hoàng. Đầu năm 1891, bà bị cúm và viêm phổi, bà đã qua đời trong lúc ở đỉnh cao của sự sáng tạo và danh tiếng.

CARL FRIEDRICH GAUSS



CARL FRIEDRICH GAUSS sinh ngày 30 tháng 4 năm 1777 tại Brunswick, nay thuộc Đức. Mất ngày 23 tháng 2 năm 1855 in Göttingen – Hanover, nay thuộc Đức. Ông là một nhà toán học tài ba. Khi mới lên 7 tuổi, ông đã làm thầy giáo ngạc nhiên về sự thông minh của mình khi giải bài toán tính tổng:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 99 + 100$$

Chỉ trong khoảng một phút ông đã có kết quả là 5050. Thật là đáng khâm phục.

Ông đã giải bài toán đó như sau:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + \underbrace{50 + 51}_{101} + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$$

101

101

101

101

101

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = 4 + 97 = \dots = 50 + 51 = 101$$

Lấy 100 : 2 = 50 cặp, vậy tổng số đó được tính nhanh là:

$$101 \times 50 = 5050$$

Bài toán này đã được biến đổi và áp dụng cho nhiều đề toán cho học sinh phổ thông. Chúng ta cùng nhau xem vài đề toán ứng dụng cách giải của Gauss.

Đề 1:

Trong một phòng họp có 101 người. Người thứ nhất lần lượt bắt tay với 100 người còn lại.

Người thứ hai bắt tay lần lượt với 99 người còn lại.

Người thứ ba bắt tay lần lượt với 98 người còn lại.

... ...

Người thứ một trăm chỉ cần bắt tay với người 101 là đủ.

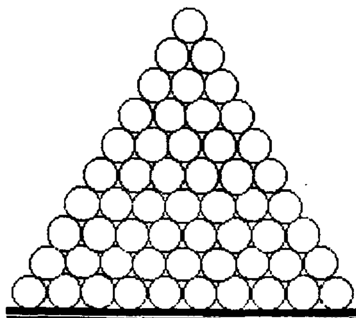
Hỏi người ta đã thực hiện bao nhiêu cái bắt tay.

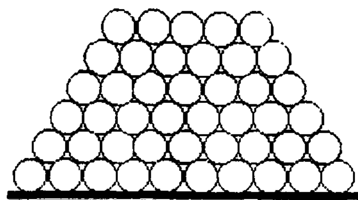
Với cách giải của Gauss, chúng ta có kết quả:

$$\frac{100}{2}(100 + 1) = 5050 \text{ cái bắt tay}$$

Đề 2:

Một người thủ kho xếp các ống nước theo hình tháp trông rất lạ mắt. Hàng ống ở đáy hình tháp có 10 ống, hàng trên ít hơn 1 ống. Đến hàng thứ 10 thì còn 1 ống. Có người hỏi ông, xếp như thế làm sao mà đếm. Ông ta mỉm cười, nhìn vào các chồng ống nước và nói có 100 ống. Người nọ rất ngạc nhiên hỏi lại người thủ kho, thế bác đã giải ra sao? Còn bạn, hãy nhìn vào chồng ống nước ở hình vẽ và cho cách giải đi nào (bỏ qua cách đếm từng ống nước).





Giải

Chồng ống nước thứ nhất có 10 hàng, hàng dưới có 10 ống, các hàng trên giảm dần còn 1 ống. Số ống nước ở chồng thứ nhất là:

$$\frac{10}{2}(10+1) = 55 \text{ ống nước}$$

Chồng ống nước thứ hai có 6 hàng, hàng dưới có 10 ống, các hàng trên giảm dần còn 5 ống. Số ống nước ở chồng thứ hai là:

$$\frac{6}{2}(10+5) = 45 \text{ ống nước}$$

Tổng số ống ở hai chồng:

$$55 + 45 = 100 \text{ ống nước}$$

Vào năm 19 tuổi, ông đã có công trình toán học về việc giải phương trình $x^{17} - 1 = 0$, để từ đó suy ra cách dựng hình đa giác đều 17 cạnh bằng thước và compa. Ông có nguyện vọng, sau này trên bia mộ của mình có khắc hình một đa giác đều 17 cạnh. Tuy nhiên không hiểu sao, hậu thế lại không làm theo ý của ông mà chỉ làm một hình đa giác đều 17 cạnh ở cột trụ của tượng đài tại Brunswick, nơi ông đã chào đời. Chia đường tròn thành n phần bằng nhau với compa và thước kẻ là một trong những bài toán xưa nhất. Các nhà toán học cổ Hy Lạp đã tìm cách chia đường tròn thành 2, 3, 4, 5 phần bằng nhau. Từ đó có thể gấp đôi lên để có số lần chia vô hạn. Nhà toán học Gauss lại chứng minh có thể chia đường tròn thành 17 phần bằng nhau với compa và thước kẻ. Việc đó xảy ra được khi n lần chia có dạng:

$$n = 2^m p_1 p_2 \dots p_s$$

Với $p_i = 2^{2^k} + 1$ là các số Ferma nguyên tố khác nhau,

$i = 1, 2, 3, \dots, s$ và k là số tự nhiên.

Bạn có muốn đột phá trong lĩnh vực chia đường tròn bằng compa và thước kẻ không? Hiện nay người ta vẫn chưa tìm được

cách chia đường tròn thành 7, 9, 11 phần bằng nhau với compa và thước kẻ. Bạn hãy thử làm xem, biết đâu bạn sẽ tìm ra và sẽ nổi tiếng như nhà toán học Gauss. Biết bao nhiêu vấn đề mà quá khứ cho là không thể làm được thì lại thực hiện được dễ dàng trong tương lai. Gauss không chỉ là nhà toán học xuất sắc mà còn là nhà thiên văn tài ba, ông đã dùng *"phương pháp quan sát ba lần"* để xác định quỹ đạo của các hành tinh. Ông hiểu biết rất sâu về toán học, thiên văn học và đã bỏ ra 10 năm ròng rã để xây dựng môn khoa học mới: *Trắc địa học cao cấp*. Dựa vào đó, người ta có thể biểu diễn trên bản đồ tương quan khoảng cách trên mặt trái đất một cách chính xác.

Định lý Gauss (còn gọi là bổ đề Gauss): *Nếu một đa thức nguyên khả quy trong trường các số hữu tỷ, thì nó cũng khả quy trong vành các số nguyên. Hay nói cách khác: Nếu một đa thức với các hệ số hữu tỷ nguyên phân tích được thành các thừa số với các hệ số hữu tỷ, thì nó cũng phân tích được thành các thừa số với các hệ số nguyên.*

Công thức Gauss: Tính gần đúng tích phân định hạn:

$$\int_b^a f(x)dx = [b-a]\,[A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2) + \ldots + A_n f(x_n)]$$

Trong đó các hệ số A_i và các hoành độ x_i được cho trong các bảng đặc biệt. Công thức Gauss tính rất chính xác nếu hàm dưới dấu tích phân là đa thức bậc không quá $2n - 1$.

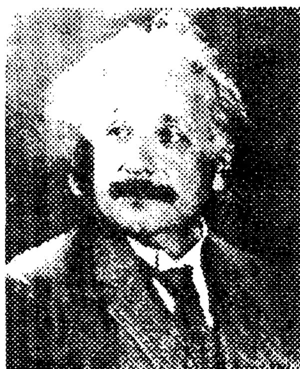
Độ cong Gauss: Còn được gọi là độ cong toàn phần của mặt tại điểm M: Độ cong được xác định bởi công thức:

$$K = \frac{1}{R_1 R_2}$$

Với R_1 và R_2 là các bán kính cong chính tại điểm M.

Độ cong Gauss có một vai trò quan trọng khi xét tọa độ cong hoặc khi xét uốn các mặt.

ALBERT EINSTEIN (1879 – 1955)



ALBERT EINSTEIN sinh ngày 14 tháng 3 năm 1879 tại Đức, mất ngày 18 tháng 4 năm 1955 tại Mỹ.

Einstein người sáng lập ra ngành vật lý học hiện đại. Ông đã xây dựng lý thuyết phôtôn về ánh sáng, thuyết không gian, thời gian, trường hấp dẫn, cơ học của các chuyển động với các vận tốc gần bằng vận tốc ánh sáng, thuyết tương đối hẹp, thuyết tương đối rộng. Ông đã đưa ra khái niệm về các dời chuyển tự phát và cảm ứng, ông đã phác thảo ra lý thuyết về chuyển động Brown. Ông đã chứng minh được cơ sở tính sắt từ là mômen riêng của êlectrôn. Ông đưa ra công thức Einstein về mối liên hệ giữa khối lượng và năng lượng, là cơ sở của ngành vật lý hạt nhân...

Các tiên đề của Einstein

Các tiên đề của Einstein được công bố năm 1905. Đó là cơ sở của thuyết tương đối hẹp được rút ra từ thực nghiệm:

Tiên đề thứ nhất:

Các hiện tượng cơ, quang và điện từ trong tất cả các hệ quy chiếu chuyển động quán tính đều xảy ra như nhau.

Tiền đề này xác nhận rằng tất cả các hệ quy chiếu quán tính đều tương đương nhau. Tiên đề thứ nhất mở rộng nguyên lý tương đối sang các hiện tượng quang học và điện động lực học.

Tiên đề thứ hai:

Vận tốc của ánh sáng trong chân không không phụ thuộc vào vận tốc nguồn sáng. Trong tất cả các hệ quán tính, vận tốc ánh sáng đều như nhau và bằng:

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \ m/s$$

Có thể hiểu là vận tốc ánh sáng không phụ thuộc vào chuyển động của nguồn, cũng không phụ thuộc vào chuyển động của người quan sát (máy thu).

Thú giải trí của Einstein

Einstein rất thích những bài toán đố vui và xem đó là một thú giải trí. Chính vì vậy, có lần ông đang nằm dưỡng bệnh, A. Mochkovski bạn của ông có đưa ra một đề toán như sau:

"Chúng ta xem vị trí các cây kim đồng hồ lúc 12 giờ. Nếu lúc này, kim dài và kim ngắn đổi chỗ cho nhau thì chúng vẫn chỉ đúng như vậy. Nhưng vào lúc 6 giờ thì sự thay đổi kim sẽ dẫn đến sự vô lý, kim chỉ một vị trí mà không chiếc đồng hồ bình thường nào có giờ đó. Vậy hỏi, với sự hoán đổi kim thì khi nào và có thường xuyên hay không các vị trí của các kim ở đúng giờ có thể có được trên một chiếc đồng hồ đúng".

Và Einstein đã ngồi dậy và giải ngay bài toán. Với vài nét vẽ biểu diễn bài toán, ông đã giải với thời gian không nhiều hơn thời gian Mochkovski ra đề toán.

Bài toán được Einstein giải như sau:

Từ điểm ghi số 12, ta chia mặt đồng hồ thành 60 khoảng bằng nhau. Giả sử một trong các vị trí xảy ra theo như yêu cầu, kim giờ cách số 12 là x khoảng và kim phút cách chữ số 12 là y khoảng. Vì kim giờ đi được 60 khoảng trong 12 giờ, hay 5 khoảng trong một giờ hay là nó đã di chuyển x khoảng sau $\frac{x}{5}$ giờ.

Cây kim phút đi được y khoảng trong y phút, nghĩa là $\frac{y}{60}$ giờ. Như vậy, kim phút đã đi qua chữ số 12 trong $\frac{y}{60}$ giờ. Nghĩa là $\frac{x}{5}-\frac{y}{60}$ giờ sau lúc hai kim chỉ số 12. Số này phải là số nguyên, ở giữa từ số 0 đến số 11.

Khi đổi chỗ kim giờ và phút, bằng cách tương tự ta tìm ra được, từ 12 giờ đến thời gian chỉ ra bởi các kim đã trôi qua tất cả là $\frac{y}{5}-\frac{x}{60}$ giờ. Số này phải là số nguyên, ở giữa từ số 0 đến số 11. Ta có hệ phương trình:

$$\frac{x}{5}-\frac{y}{60}=k$$

$$\frac{y}{5}-\frac{x}{60}=l$$

Với k và l là các tham số nguyên thay đổi từ 0 đến 11.

$$\begin{cases} x=\dfrac{60(12.k+l)}{143} \\ y=\dfrac{60(12.l+k)}{143} \end{cases}$$

Cho k, l lấy các giá trị từ 0 đến 11, ta có được 12 x 12 = 144 trường hợp. Tuy nhiên khi $k = 0$, $l = 0$ và $k = 11$, $n = 11$ thì vị trí các kim đồng hồ như nhau. Trừ trường hợp trùng ra, trên thực tế chỉ còn 143 trường hợp.

Ví dụ trường hợp 1: $k = 1$, $l = 1$

$$\begin{cases} x=\dfrac{60(12.1+1)}{143}=\dfrac{780}{143}=\dfrac{60}{11}=5\dfrac{5}{11} \\ y=\dfrac{60(12.1+1)}{143}=\dfrac{780}{143}=\dfrac{60}{11}=5\dfrac{5}{11} \end{cases}$$

Nghĩa là lúc đồng hồ chỉ 1 giờ 55 phút.

Ví dụ trường hợp 1: $k = 8$, $l = 5$

$$\begin{cases} x = \dfrac{60(12.8 + 5)}{143} = \dfrac{6060}{143} = 42,377 \\ y = \dfrac{60(12.5 + 8)}{143} = \dfrac{4080}{143} = 28,531 \end{cases}$$

Nghĩa là vào lúc đồng hồ chỉ đúng các giờ: 5 giờ 42,377 phút và 8 giờ 28,531 phút.

Hiểu thuyết tương đối của Einstein một cách tương đối

– Năm 1905, Einstein đưa ra thuyết tương đối hẹp, bao gồm: không gian và thời gian, cơ học của các chuyển động nhanh đều với vận tốc gần bằng vận tốc ánh sáng, điện động lực học và quang học các môi trường chuyển động. Những điều trên dựa vào công thức: *"Năng lượng bằng khối lượng nhân với bình phương vận tốc ánh sáng."*

$$E = Mc^2$$

– Năm 1916, Einstein đưa ra thuyết tương đối rộng, đây là thuyết trường hấp dẫn.

– Có lần Einstein đến nói chuyện với các sinh viên ở một trường đại học, một sinh viên hỏi làm sao hiểu được khái quát về thuyết tương đối? Einstein mỉm cười và trả lời: "Khi bạn ngồi nói chuyện với một cô gái xinh đẹp và duyên dáng trong hai giờ đồng hồ, bạn thấy chỉ lâu cỡ một phút thôi. Nhưng khi bạn phải ngồi bên bếp lò nóng hừng hực trong một phút, thì bạn cho rằng lâu cỡ hai tiếng đồng hồ. Đó là thuyết tương đối."

Phần 2

NHỮNG CÁI BẪY TOÁN HỌC
và
VÀI CÁCH TÍNH TOÁN
CỦA NGƯỜI XƯA

NHỮNG CÁI BẪY TOÁN HỌC

Có nhiều vấn đề hoặc câu đố toán học nghe chừng rất khó, rất phi lý... nhưng thật ra chỉ là một cái bẫy toán học. Chúng ta cùng nhau tìm hiểu một số bài toán thuộc loại bẫy toán học.

Bài 1: Ba đồng đã mất đi đâu?

Sau đây là bài toán của nhà toán học Sedlavcek:

Trong một quán ăn, có hai người bạn dùng bữa với nhau. Sau khi ăn xong, chủ quán tính tiền là 50 đồng. Khi họ ra khỏi quán, ông chủ chợt biết mình đã tính nhầm, số tiền phải trả chỉ có 45 đồng. Ông liền sai cậu bé chạy bàn mang trả lại 5 đồng cho hai vị khách kia. Cả hai người khách rất hài lòng về sự thật thà của chủ quán và thưởng cho cậu bé chạy bàn 1 đồng. Còn lại chia nhau mỗi người 2 đồng. Nhưng khi họ tính lại thấy rất lạ. Ban đầu mỗi người đã trả 25 đồng (2 x 25 đồng = 50 đồng), sau nhận lại mỗi người hai đồng. Như vậy, trước và sau họ đã trả tiền tính cho mỗi người là 25 đồng – 2 đồng = 23 đồng. Hai người đã trích tiền thưởng công cho cậu bé 1 đồng, như vậy tiền cả hai người đã chi là 46 đồng + 1 đồng = 47 đồng. Vậy còn 3 đồng nữa mất đi đâu? Thật là lạ.

Giải

Bạn đã thấy cái bẫy giăng ra chưa? Bài toán được trình bày như một câu chuyện kể rất hấp dẫn, tình tiết thật lôi cuốn. Chính vì vậy, người nghe thường bị dẫn vào bẫy và suy nghĩ tìm nguyên nhân gây việc trả chênh lệch tiền.

Thật ra, chẳng có ai mất tiền cả. Đề bài toán đã đánh lừa bằng cách tính gộp phần chi của hai người khách với phần thu của cậu bé chạy bàn. Phần thu của cậu bé chạy bàn và phần thu của người chủ quán luôn bằng tổng phần chi của hai người thực khách. Đó là số tiền 45 đồng + 1 đồng = 46 đồng.

Để cách giải bài toán được rõ ràng hơn, chúng ta nhìn vào bảng thu chi sau đây:

Người thứ 1		**Người thứ 2**		**Chủ quán**		**Cậu bé**	
Thu	Chi	Thu	Chi	Thu	Chi	Thu	Chi
2,5	25	2,5	25	50	5	5	5
-	0,5	-	0,5	-	-	1	-
Đã chi	23	Đã chi	23	Đã thu	45	Đã thu	1

Rõ ràng tổng chi của hai người:

23 đồng + 23 đồng = 46 đồng

Tổng thu của cậu bé chạy bàn và người chủ quán:

23 đồng + 23 đồng = 46 đồng

Như thế chẳng có 3 đồng dư ra để mất. Một cái bẫy toán học nhẹ nhàng.

Bài 2: Nhà vua và bàn cờ tướng

Có câu truyện kể rằng, Vua Shehram của Ấn Độ rất thích chơi cờ tướng. Ông đã thưởng cho Sessa, người có công sáng tạo ra trò chơi cờ tướng một phần thưởng tùy ý. Sau khi suy nghĩ, Sessa xin nhà vua cho một đặc ân như sau: *Trên bàn cờ có 64 ô vuông, ông xin nhà vua ban cho "một ít" hạt thóc. Sao cho, đặt vào ô thứ nhất 2^0 hạt thóc, đặt vào ô thứ hai 2^1 hạt thóc, đặt vào ô thứ ba 2^2 hạt thóc, cứ thế... đến ô sáu mươi bốn là 2^{63} hạt thóc.*

Ôi chao! Một đề nghị quá khiêm tốn, nhà vua nghĩ vậy. Lời cầu xin của Sessa được chấp thuận.

Thế nhưng khi đổ thóc theo lời cầu xin của Sessa nhà Vua mới thấy mình mắc lỡm. Vì sao vậy, bạn tính thử xem số thóc cần là bao nhiêu?

Giải

Số thóc cần có là:

$$A = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11} + 2^{12} + 2^{13} + 2^{14} + 2^{15} + 2^{16} + 2^{17} + 2^{18} + 2^{19} + 2^{20} + 2^{21} + 2^{22} + 2^{23} + 2^{24} + 2^{25} + 2^{26} + 2^{27} + 2^{28} + 2^{29} + 2^{30} + 2^{31} + 2^{32} + 2^{33} + 2^{34} + 2^{35} + 2^{36} + 2^{37} + 2^{38} + 2^{39} + 2^{40} + 2^{41} + 2^{42} + 2^{43} + 2^{44} + 2^{45} + 2^{46} + 2^{47} + 2^{48} + 2^{49} + 2^{50} + 2^{51} + 2^{52} + 2^{53} + 2^{54} + 2^{55} + 2^{56} + 2^{57} + 2^{58} + 2^{59} + 2^{60} + 2^{61} + 2^{62} + 2^{63}$$

$A = 1{,}864467 \times 10^{19}$ *(bạn có thể dùng máy tính với chương trình Excel để tính cho nhanh).*

Nếu như 1 lít thóc có 18.000 hạt thóc thì nhà vua phải cần đến $1{,}02482 \times 10^{15}$ lít thóc. Với số thóc đó có thể cung cấp cho cả trái đất trong nhiều thế kỷ. Một cái bẫy toán học thật độc đáo. Tất nhiên Sessa chỉ đùa cho vui, nếu cung cấp thóc cho ông ta đầy đủ theo yêu cầu thì kho nào mà chứa được !!!

Bài 3: Chăn nuôi không tốn tiền, làm giàu nhanh chóng

Trên các trang báo của Mỹ thường có những chuyện giật gân. Vào năm 1875, có một tờ báo ở Mỹ đăng tải một cách làm giàu nhanh chóng như sau:

"Chúng tôi đang nuôi được 10.000 con mèo. Nếu tính bình quân, mỗi năm con mèo cái đẻ ra 12 con mèo con. Cứ mỗi ngày, 100 công nhân của chúng tôi lột da được 5.000 con mèo. Mỗi bộ da mèo lời được 2 mỹ kim. Thế bạn thắc mắc mèo ăn gì ư? Tất nhiên là chuột. Chúng tôi nuôi 1 triệu con chuột. Chuột đẻ nhiều hơn mèo, mỗi con mèo ăn 4 con chuột trong 1 ngày.

Chắc bạn lại thắc mắc nuôi chuột bằng gì phải không? Chúng ta nuôi chuột bằng thịt mèo đã bị lột da. Tóm lại đây là một quy trình khép kín. Nuôi mèo bằng chuột và nuôi chuột bằng mèo, chúng tôi thu được một số tiền là: 5.000 x 2 = 10.000 mỹ kim. Sao, các bạn cũng đồng ý nuôi chứ?"

Không biết lúc đó có ai làm theo cách chăn nuôi ấy không. Nếu đọc kỹ một chút thì chúng ta thấy vô lý.

Vấn đề là khi mèo chưa kịp đẻ thì trong 2 ngày, 100 công nhân đã lột da sạch 10.000 mèo rồi. Thế thì đến ngày thứ ba, 1.000.000 con chuột đang nuôi chỉ có đường làm thịt rồi đem phơi khô thôi.

Bài 4: Có người quả quyết rằng 1 = 2

Đọc đề bài chắc chắn bạn không thể nào chấp nhận được. Nhưng người ấy nói mình có thể chứng minh được. Và đây là những phần chứng minh:

Chọn hai số a và b với điều kiện a = b.

Nhân hai vế cho b, ta có:

$$a \cdot b = b \cdot b$$

hay:

$$a \cdot b = b^2$$

Trừ hai vế cho a^2:

$$a \cdot b - a^2 = b^2 - a^2$$

$$a.(b - a) = (b - a) \cdot (b + a)$$

Chia hai vế cho b – a:

$$a = b + a \ (*)$$

Vì a = b nên từ (*) ta có thể viết :

$$1 = 2$$

Tuy nhiên nếu đọc lại đầu bài, chúng ta thấy ngay cái bẫy là a = b.

Vì a = b nên b – a = 0.

Như thế không thể chia hai vế cho b – a được. Nếu muốn chia hai vế cho b – a thì phải có điều kiện là b – a ≠ 0 tức a ≠ b, như vậy lại mâu thuẫn với đầu bài.

Bài 5: Nhưng vẫn có thể chứng minh 2 = 3

Thế nhưng lại có người cho rằng có thể chứng minh 2 = 3. Và đây là phần chứng minh của họ.

Cho trước một đẳng thức:

$$4 - 10 = 9 - 15$$

Thêm $\frac{25}{4}$ vào hai vế của đẳng thức:

$$4 - 10 + \frac{25}{4} = 9 - 15 + \frac{25}{4}$$

Biến đổi:

$$2^2 - 2 \,.\, 2 \,.\, \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 3^2 - 2 \,.\, 3 \,.\, \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2$$

Rút căn hai vế của đẳng thức, ta có:

$$2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}$$

Như vậy, ta có được kết quả: 2 = 3

Như vậy điều phi lý là gì, cái bẫy trong bài toán này ở đâu?

Cái bẫy của phần chứng minh trên là ở chỗ:

$$\left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2$$

Rút căn hai vế của đẳng thức, ta có:

$$2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}$$

Bình phương hai số bằng nhau không đủ để kết luận hai số đó bằng nhau mà chỉ có thể nói:

$$\left|2 - \frac{5}{2}\right| = \left|3 - \frac{5}{2}\right|$$

Hai vế của đẳng thức trên chỉ đúng khi:

$$2 - \frac{5}{2} = -\left(3 - \frac{5}{2}\right)$$

hay:

$$2 - \frac{5}{2} = -3 + \frac{5}{2}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Bài 6: Thế còn với 4 = 5 thì sao?

Với cách tính tương tự, người ta có thể đưa ra lập luận 4 = 5.

Từ đẳng thức đúng:

$$16 - 36 = 25 - 45$$

Thêm $\frac{81}{4}$ vào hai vế của đẳng thức:

$$16 - 36 + \frac{81}{4} = 25 - 45 + \frac{81}{4}$$

Biến đổi:

$$4^2 - 2 . 4 . \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 . 5 . \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2$$

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$$

Rút căn hai vế của đẳng thức, ta có:

$$4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2}$$

Như vậy, ta có được kết quả: 4 = 5

Tương tự bài 5, Cái bẫy của phần chứng minh trên là ở chỗ:

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$$

Rút căn hai vế của đẳng thức phải là:

$$4 - \frac{9}{2} = -\left(5 - \frac{9}{2}\right)$$

hay:

$$4 - \frac{9}{2} = -5 + \frac{9}{2}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Bài 7: Nhưng với cách chứng minh khác thì 1 = 10

Có người cho rằng họ có thể chứng minh được 1 = 10. Cách chứng minh được trình bày như sau:

Từ đẳng thức đúng:

1 đồng = 10 hào

Như vậy:

$$\underbrace{1 \text{ đồng} \times 1 \text{ đồng}}_{1 \text{ đồng}} = \underbrace{10 \text{ hào} \times 10 \text{ hào}}_{100 \text{ hào}}$$

Vì 100 hào = 10 đồng, nên:

1 đồng = 10 đồng

Kết luận:

1 = 10

Như vậy điều phi lý là gì? Cái bẫy trong bài toán này ở đâu?

Cái bẫy của phần chứng minh trên là ở chỗ:

- Đơn vị tiền tệ là tổ chức bộ phận trong một hệ thống tiền tệ. Đơn vị tiền tệ nói lên mối quan hệ giữa phần này và phần khác trong hệ thống tổ chức. Đơn vị tiền tệ có thể biểu diễn trên trục tọa độ thẳng và hơn kém nhau bằng số lần. Như thế không có thể lấy 1 đồng x 1 đồng, chỉ có thể lấy 1 đồng x số lần. Với đồng hào cũng tương tự. Vì vậy nên

  1 đồng x 1 đồng = 10 hào x 10 hào

  phải được sửa lại là:

$$\underbrace{1 \text{ đồng} \times 10}_{10 \text{ đồng}} = \underbrace{10 \text{ hào} \times 10}_{100 \text{ hào}}$$

Bài toán trên đưa ra cái bẫy là tạo sự nhầm lẫn giữa đơn vị tiền tệ và đơn vị đo lường.

- Đơn vị đo lường là một đại lượng vật lý cơ bản, được chọn trước một cách tùy ý để xây dựng hệ thống đơn vị. Ví dụ:

Mét là đơn vị đo chiều dài trong trục tọa độ thẳng.

Mét vuông là đơn vị đo chiều dài trong hệ trục tọa độ phẳng.

Vì thế nên khi:

$$\underbrace{1\ m \times 10\ (\text{lần})}_{10\ m} = \underbrace{10\ dm \times 10\ (\text{lần})}_{100\ dm}$$

Vẫn ở trên trục tọa độ thẳng. Và khi:

$$\underbrace{1\ m \times 1\ m}_{1\ m^2} = \underbrace{10\ dm \times 10\ dm}_{100\ dm^2}$$

Đã chuyển từ trục tọa độ thẳng sang hệ tọa độ phẳng; từ đơn vị mét (m) chuyển thành đơn vị mét vuông (m^2), từ đơn vị đề-xi-mét (dm) chuyển thành đề-xi-mét vuông (dm^2)

Bài 8: Lần này thì chắc chắn 64 = 65

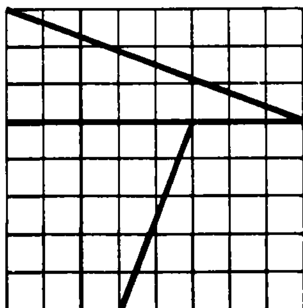
Những cái bẫy đặt ở các bài toán trên đã bị bại lộ. Tuy nhiên có người khẳng định, với bài toán dưới đây thì 64 = 65. Nội dung bài toán như sau:

Cho một hình vuông cạnh 8cm, và một hình chữ nhật có chiều dài 13cm chiều rộng 5cm.

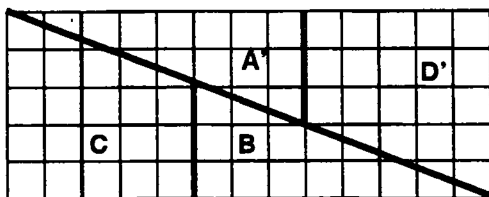
1) Chia cạnh hình vuông thành 8 đoạn 1cm. Diện tích hình vuông có 64 ô vuông: 8 x 8 = 64 ô vuông.

2) Chia chiều dài hình chữ nhật thành 13 đoạn 1cm, chiều rộng thành 5 đoạn 1cm. Diện tích của hình chữ nhật có 65 ô vuông: 13 x 5 = 65 ô vuông

3) Chia hình vuông ra làm 4 phần theo hình vẽ:



4) Chia hình chữ nhật ra làm 4 phần như hình vẽ:



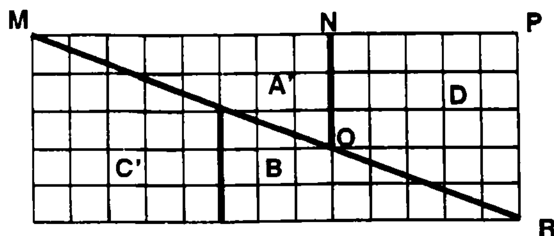
Ta dễ dàng thấy rằng 4 phần nhỏ (A – B – C – D) của hình vuông phía trên chồng khít lên 4 phần nhỏ (A' – B' – C' – D') của hình chữ nhật phía dưới.

Như vậy 64 ô vuông đã chồng khít lên 65 ô vuông cùng kích thước. Kết luận **64 = 65**

Thế còn bạn, bạn nghĩ sao? Bạn tìm ra được chỗ đặt bẫy chưa? Nếu chưa thì 64 = 65 là điều tất nhiên.

Chúng ta hãy cùng nhau phân tích lại từng bước để xác định được chỗ gài bẫy trong bài toán.

Đặt tên cho các đoạn thẳng trên hình chữ nhật.



Thật ra độ dài của đoạn NO dài hơn 3cm (3 ô vuông), nhưng vì độ chênh lệch quá nhỏ nên đánh lừa được mắt người xem. Để chứng minh, chúng ta xét hai tam giác đồng dạng MNO và MPR. Chúng ta có:

$$\frac{NO}{PR} = \frac{MN}{MP} = \frac{8}{13}$$

$$\frac{NO}{5} = \frac{8}{13} \Rightarrow NO = \frac{8 \times 5}{13} = \frac{40}{13} = 3{,}07692cm$$

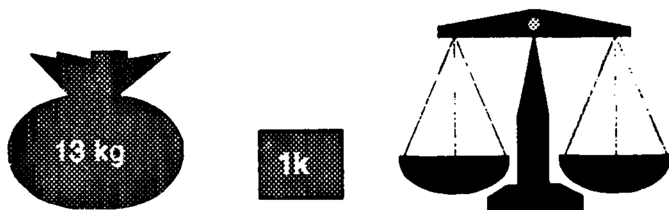
NO = 3,07692 > 3cm hay lớn hơn 3 ô. Trong khi đó phần A tương ứng ở hình vuông có cạnh là 3cm hay 3 ô. Do vậy hai phần A và A' không chồng khít lên nhau được.

Qua bài toán trên, chúng ta thấy cái bẫy nằm ở chỗ *"Ta dễ dàng thấy rằng"*. Trong toán học, nếu nhận định bằng cảm tính, bằng ước lượng thì dễ dẫn đến sai sót trong khi tính toán. Hậu quả khó mà lường trước được. Một số học sinh khi giải toán thường mắc phải cái bẫy này. Đôi khi đề toán không giăng bẫy nhưng mình lại tự mình giăng bẫy lấy cho mình. Chúng ta cùng nhau tìm hiểu thêm một số bẫy dạng hình học để khẳng định rằng hãy dè chừng khi dùng câu *"Ta dễ dàng thấy rằng"* trong chứng minh toán học.

Bài 9: Cái bẫy trong cách cân

Trong một số bài toán số học về cách cân trọng lượng một vật người ta gài bẫy thật nhẹ nhàng. Nếu không tỉnh táo, người giải sẽ không tìm thấy cách giải. Chúng ta cùng xem nội dung bài toán sau:

Có một bao gạo 13 kg, một cái cân có hai đĩa cân bằng và một quả cân 1 kg. Làm thế nào để sau hai lần cân người ta có thể lấy ra 2,5kg?



Giải

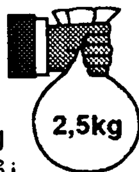
Khi bắt đầu giải, chúng ta thường vội san đều ngay 13 kg gạo ra hai đĩa cân để được mỗi bên 6,5 kg gạo. Lần cân thứ hai san đều tiếp 6,5 kg gạo và... bí. Quên cả giả thiết có cho quả cân 1 kg.

Hoặc vội vàng đặt quả cân 1kg lên một bên đĩa cân, đổ gạo lên đĩa còn lại để cân lần đầu 1kg gạo. Làm tương tự lần hai để có tiếp 1kg gạo... Ôi, đề toán sai rồi, phải thêm một lần cân nữa, san đều 1kg gạo cho 2 đĩa để có thêm 0,5 kg gạo?

Như vậy đúng là bài toán có đặt bẫy rồi, nhưng cái bẫy ở đâu?

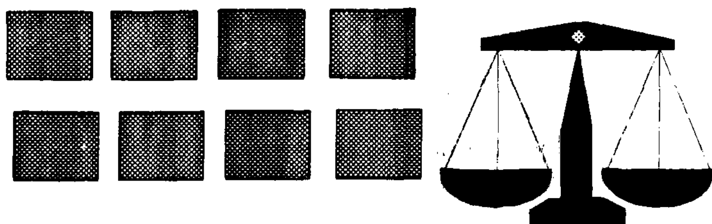
Cái bẫy của bài toán ở chỗ nội dung câu hỏi quá đơn giản nên người giải thường hấp tấp, sử dụng không hết giả thiết như cách đầu hoặc dùng hết giả thiết như cách hai nhưng cách đặt vấn đề giải bài toán sai. Cách giải đúng như sau:

Đặt quả cân 1kg lên trên một đĩa cân, chia gạo lên hai đĩa cân, cho đến khi cân ở vị trí cân bằng. Đĩa có quả cân 1 kg được 6kg gạo, đĩa cân còn lại có 7kg gạo. Đổ 7kg gạo vào lại bao. Vẫn giữ quả cân 1kg ở một bên đĩa cân, chia gạo lên hai đĩa cân, cho đến khi cân ở vị trí cân bằng. Đĩa có quả cân 1 kg được 2,5kg gạo, đĩa cân còn lại có 3,5kg gạo. Bài toán đã giải xong. Bây giờ chúng ta thấy rõ cái bẫy ở chỗ 13kg gạo và quả cân đem san làm hai. Tâm lý người giải thường đem số gạo chia đôi hoặc đem quả cân 1kg làm chuẩn để cân, quên không phối hợp hai điều kiện 13kg gạo và quả cân 1kg trong một lần cân.



Bài 10: Cũng lại đặt bẫy trong cách cân

Người ta chế tạo ra 8 quả cân giống nhau. Nhưng trong số đó có 1 quả cân bị rỗng ruột (nhẹ hơn các quả cân đúng). Với cái cân loại cân bằng có hai đĩa cân, làm thế nào để sau hai lần cân người ta có thể lấy quả cân rỗng ruột?

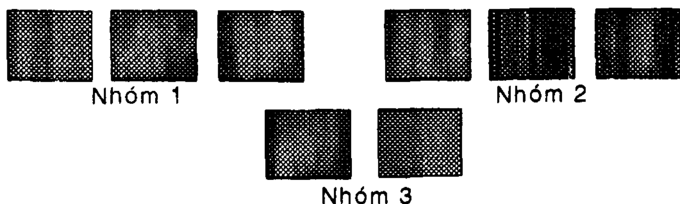


Giải

Khi giải bài toán này, chúng ta thường chia đều mỗi bên đĩa cân 4 quả, xem bên nào nhẹ, quả cân rỗng ở bên đó. Giữ lại 4 quả cân bên nhẹ, chia đều mỗi bên 2 quả, xem bên nào nhẹ, quả cân rỗng ở bên đó. Giữ lại 2 quả cân bên nhẹ, chia đều mỗi bên 1 quả, xem bên nào nhẹ, quả cân rỗng ở bên đó. Thế là giải xong bài toán. Nhưng không phải vậy. Đề bài toán chỉ cho 2 lần cân, với cách giải trên phải sử dụng đến 3 lần cân. Chắc là bài toán đã được đặt bẫy trong cách cân. Nhưng cái bẫy nằm ở đâu?

Chúng ta hãy giải bài toán theo trình tự đúng rồi sẽ phân tích và tìm ra chỗ đặt bẫy.

- Chia 8 quả cân làm ba nhóm: nhóm 1 có 3 quả cân, nhóm 2 có 3 quả cân, nhóm 3 có 2 quả cân.



– Đặt nhóm 1 lên một bên đĩa cân và nhóm 2 ở một bên đĩa cân. Có hai tình huống xảy ra:

+ Nếu hai đĩa cân cân bằng: Cả hai nhóm đều không có quả cân rỗng ruột. Bỏ hai nhóm đã cân qua một bên. Đặt hai quả cân của nhóm 3 lên hai đĩa cân, chúng ta sẽ xác định được quả cân rỗng ruột. Do quả cân rỗng ruột nên nhẹ và đĩa cân lệch về phía trên.

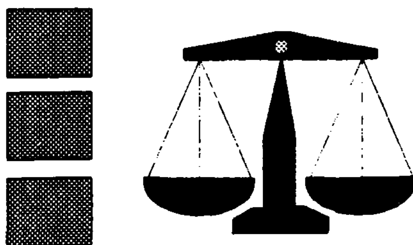
+ Nếu hai đĩa cân không cân bằng: Ta xác định được nhóm có quả cân rỗng. Bỏ nhóm không có quả cân rỗng qua một bên. Lấy hai quả cân bất kỳ trong nhóm có quả cân rỗng để đặt lên hai đĩa cân. Lúc này cũng xảy ra một trong hai tình huống: nếu hai đĩa cân cân bằng thì quả cân nằm ngoài là quả cân rỗng ruột, nếu hai đĩa cân bị lệch thì ta đã biết quả cân rỗng ruột ở đâu.

Kết luận: Sau hai lần cân, chúng ta đã xác định được quả cân rỗng ruột. Người giải toán thường bị vướng bẫy trong cách suy nghĩ: với 8 quả cân là số chẵn, vậy thì chia làm hai nhóm. Nếu đầu bài cho là 9 quả cân chắc chắn người giải toán sẽ nghĩ ngay phải chia làm ba nhóm. Nhưng như vậy, đâu còn gì là thú giải toán!

Hãy nhìn lại bài toán trên. Ban đầu bài toán có 9 quả cân để chia làm ba nhóm đều nhau và cân trong hai lần. Như vậy chỉ là bước đầu cho người tập cân. Hoặc nói cách khác, khi chia nhỏ bài toán ra chúng ta thấy cách cân là với 3 quả cân chỉ cần 1 lần cân.

Chúng ta hãy đặt lại đầu đề bài toán.

Người ta chế tạo ra 3 quả cân giống nhau. Nhưng trong số đó có 1 quả cân bị rỗng ruột (nhẹ hơn các quả cân đúng). Với cái cân loại cân bằng có hai đĩa cân, làm thế nào để sau hai lần cân người ta có thể lấy quả cân rỗng ruột?



Giải

Đặt lên mỗi bên đĩa cân 1 quả cân còn 1 quả cân ở ngoài. Có hai tình huống xảy ra:

+ Nếu hai đĩa cân cân bằng: Cả hai đĩa cân đều không có quả cân rỗng ruột. Quả cân cần tìm là đang nằm ở bên ngoài.

+ Nếu hai đĩa cân không cân bằng: Quả cân rỗng nằm ở đĩa cân bị lệch lên cao.

Kết luận: Sau một lần cân, chúng ta đã xác định được quả cân rỗng ruột. Như vậy nếu gọi ba quả cân đó là một nhóm, thì cần xác định nhóm có quả cân rỗng thì chỉ cần một lần cân. Lần cân thứ hai dành cho việc tìm quả cân rỗng. Cách đặt bẫy của bài toán này rất hay.

Bài 11: Nghiệm số bị mất

Người ta có một phương trình bậc hai như sau:

$$x^2 - 4 = x - 2 \quad (*),$$

với hai nghiệm: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$

Nếu bài toán chỉ có như vậy thì chẳng có gì đáng nói. Nhưng khi người ta chia hai vế của phương trình (*) cho $x - 2$, thì gặp rắc rối to, vì kết quả thu được chỉ có một nghiệm $x = -1$ mà thôi. Vậy nghiệm $x = 2$ đã đi đâu?

$$\frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{x - 2}{x - 2}$$

$$\frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \frac{x - 2}{x - 2}$$

$$x + 2 = 1$$

Thật ra để khỏi bị tình trạng thất lạc nghiệm, chúng ta phải biểu diễn phương trình (*) ở dạng:

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

hay

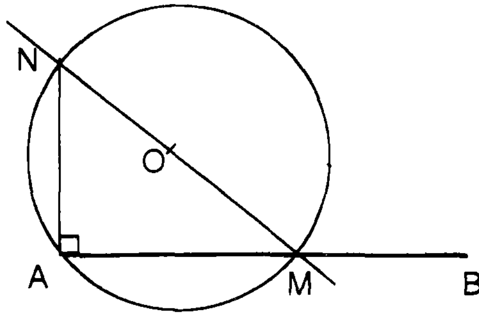
$$x^2 - x - 2 = 0$$

VÀI CÁCH TÍNH TOÁN CỦA NGƯỜI XƯA

Toán học được xây dựng qua nhiều thế kỷ. Vì vậy có rất nhiều cách tính toán thú vị. Trong nội dung của quyển sách này chúng ta hãy quay lại một số cách tính toán của người xưa. Cách tính toán ấy hiện nay có thể còn sử dụng hoặc không còn được dùng thì cũng là những kỷ niệm đẹp của sự phát triển của toán học.

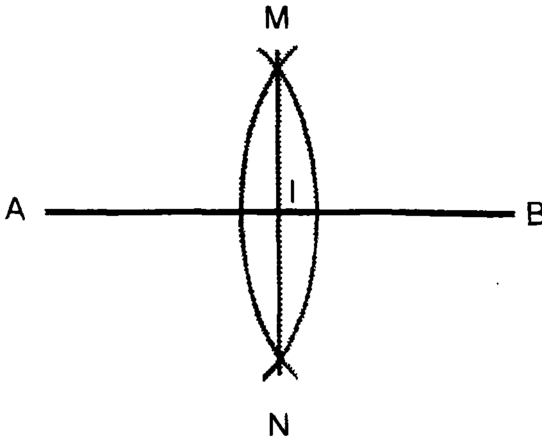
Dựng hình góc vuông

Người xưa không thích dùng thước ê-ke để xác định góc vuông. Để dựng hình người ta chỉ thích dùng thước kẻ và cây compa là đủ. Dùng thước vẽ trước đoạn thẳng AB. Muốn dựng đường vuông góc với AB tại A, người ta chọn điểm O nằm ngoài AB để làm tâm đường tròn. Dùng compa quay một vòng tròn với bán kính OA < AB. Vòng tròn cắt AB ở M. Kẻ MO nối dài, cắt đường tròn tại N. Đoạn NA vuông góc với đoạn AB tại A.



Chia đoạn thẳng làm hai phần bằng nhau

Để chia đoạn thẳng thành hai phần bằng nhau, người xưa không cần đến thước lá, họ thích sử dụng compa và cây thước kẻ hơn. Ví dụ: Để chia đoạn thẳng AB thành hai phần bằng nhau, người ta tiến hành các bước như sau:



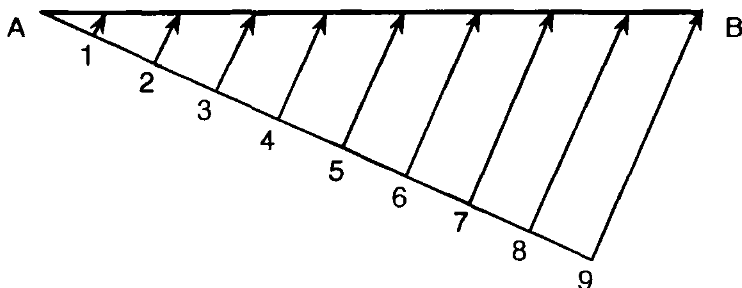
+ Lấy A làm tâm, quay một cung tròn với bán kính > $\frac{AB}{2}$

+ Lấy B làm tâm, quay một cung tròn với bán kính > $\frac{AB}{2}$

+ Hai cung tròn vừa vẽ cắt nhau tại hai điểm M và N. Đoạn MN là trung trực của đoạn thẳng AB và cắt AB tại trung điểm I. Như vậy, đoạn AB đã được chia thành hai phần bằng nhau mà không cần dùng đến thước lá.

Chia đoạn thẳng làm nhiều phần bằng nhau

Để chia đoạn thẳng cho trước thành nhiều phần bằng nhau và tất nhiên không dùng đến thước lá. Người ta áp dụng tính chất của định lý Thalès để chia đoạn thẳng thành nhiều phần bằng nhau. Ví dụ: muốn chia đoạn AB thành 9 phần bằng nhau, người ta tiến hành các bước như sau:



+ Từ điểm A vẽ một đoạn thẳng bất kỳ, hợp với AB thành một góc nhọn.

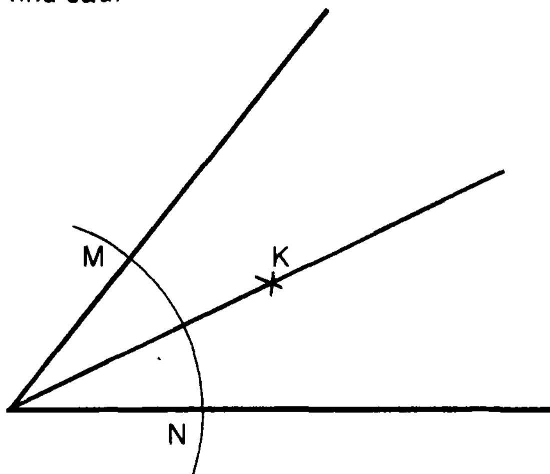
+ Dùng compa để vạch thành chín phần bằng nhau trên đường thẳng mới dựng. Đánh số các điểm tương ứng từ 1 đến 9.

+ Nối điểm B với điểm số 9.

+ Từ các điểm chia 1 đến 8, kẻ những đoạn thẳng song song với đoạn 9B, chúng sẽ chia đoạn thẳng AB thành chín phần bằng nhau.

Chia góc làm hai phần bằng nhau

Để chia một góc làm hai phần bằng nhau, người tiến hành các bước như sau:



+ Lấy đỉnh của góc làm tâm, quay một cung tròn bán kính R.

+ Gọi M và N là giao điểm của cung tròn với hai cạnh của góc. Lấy M và N làm tâm, quay hai cung tròn có bán kính bằng nhau. Hai cung ấy sẽ cắt nhau tại điểm K.

+ Nối đỉnh góc với điểm K, người ta có đường phân giác của góc đó.

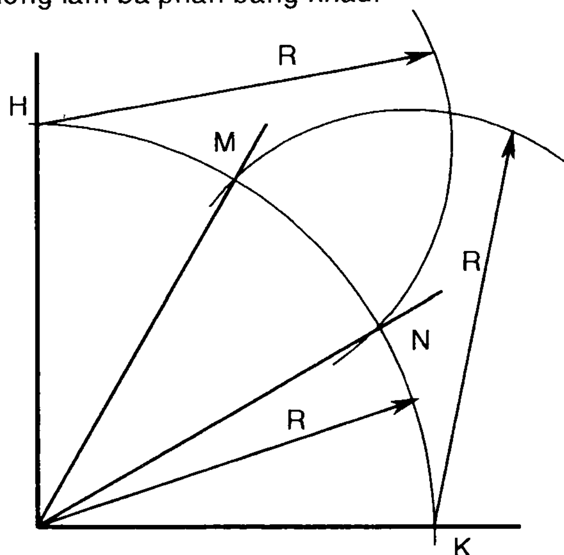
Chia góc vuông làm ba phần bằng nhau

Để chia một góc vuông làm ba phần bằng nhau, người tiến hành các bước như sau:

+ Vẽ góc vuông cần chia.

+ Từ đỉnh góc vuông, vẽ một cung tròn với bán kính R. Cung tròn cắt hai cạnh góc vuông tại hai điểm H và K.

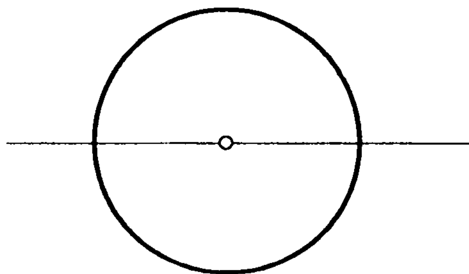
+ Lấy K làm tâm, vẽ một cung tròn có cùng bán kính R. Cung tròn mới vẽ sẽ cắt cung tròn vẽ từ đỉnh tại điểm M.
+ Lấy H làm tâm, vẽ một cung tròn có cùng bán kính R. Cung tròn mới vẽ sẽ cắt cung tròn vẽ từ đỉnh tại điểm N.
+ Nối đỉnh góc vuông với M và N để có hai đường thẳng chia góc vuông làm ba phần bằng nhau.



Chia đường tròn làm hai phần bằng nhau

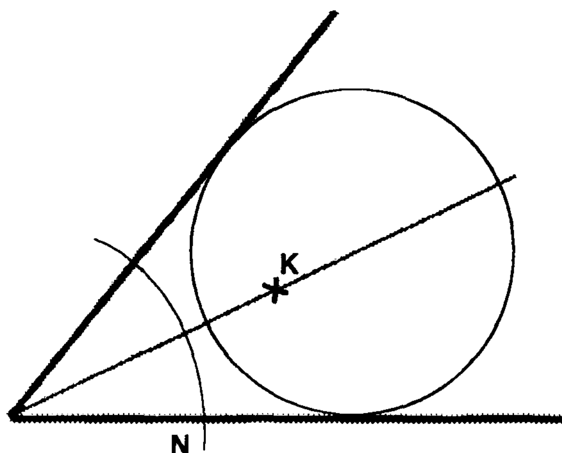
Cách 1:

Kẻ một đường thẳng qua tâm của đường tròn.



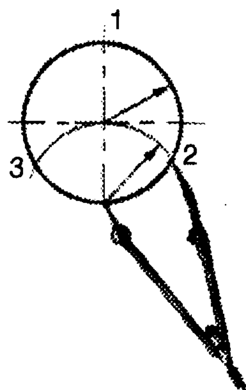
- *Cách 2:*

Nếu chưa xác định được tâm của đường tròn, dựng một góc có hai cạnh là hai đường tiếp tuyến của đường tròn. Đường phân giác của góc đã dựng sẽ đi qua tâm đường tròn và chia đường tròn làm hai phần bằng nhau.



Chia đường tròn làm ba phần bằng nhau

Để chia đường tròn thành ba phần bằng nhau, người ta vẽ đường tròn với hai đường kính vuông góc.



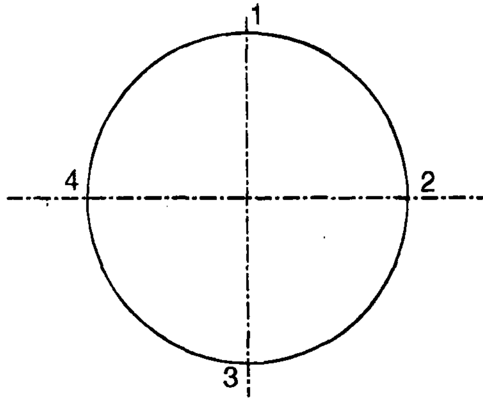
Giao điểm của đường kính và đường tròn là điểm chia thứ nhất (1).

Chấm compa vào điểm đối diện, quay một cung có bán kính R, cắt đường tròn tại điểm chia thứ hai (2) và thứ ba (3).

Ba điểm 1 – 2 – 3 đã chia đường tròn thành ba phần bằng nhau.

Chia đường tròn làm bốn phần bằng nhau

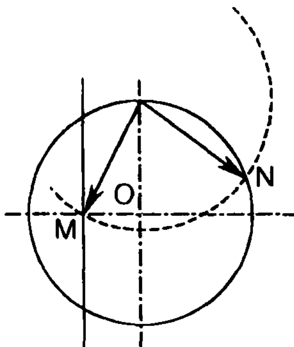
Từ đường tròn cho trước, vẽ hai đường kính vuông góc với nhau, cắt đường tròn tại bốn điểm 1 – 2 – 3 – 4. Bốn giao điểm chính đã chia đường tròn thành bốn phần bằng nhau.

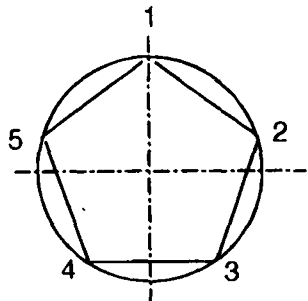


Chia đường tròn làm năm phần bằng nhau

Để chia đường tròn thành năm phần bằng nhau, người ta tiến hành theo các bước sau:

Từ đường tròn tâm O cho trước, vẽ hai đường kính vuông góc với nhau, cắt đường tròn tại bốn điểm. Xác định trung điểm M của bán kính OA. Lấy điểm B làm tâm, quay cung tròn có bán kính BM, cắt đường tròn tâm O ở điểm N. BN chính là cạnh của hình năm cạnh đều. Dùng compa với cạnh BN để xác định bốn cạnh còn lại của hình năm cạnh đều.

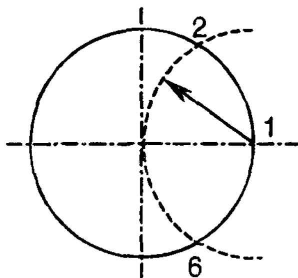


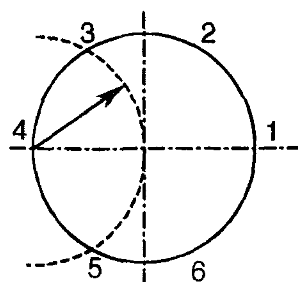


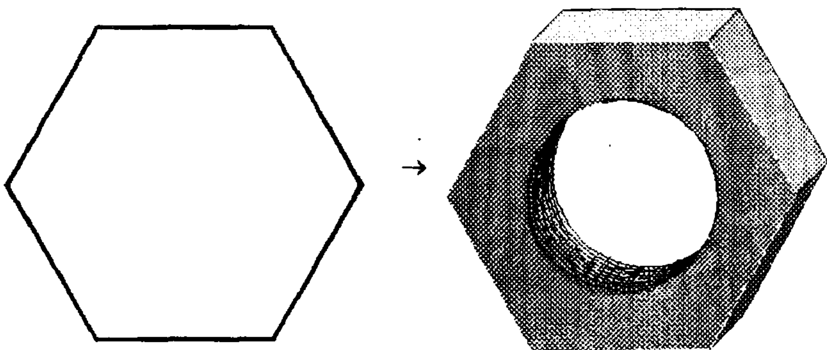
Chia đường tròn làm sáu phần bằng nhau

Từ đường tròn cho trước, vẽ hai đường kính vuông góc với nhau, cắt đường tròn tại bốn điểm. Lấy điểm 1 là điểm chia đầu tiên làm tâm, quay một cung tròn cùng bán kính R với đường tròn cần chia. Cung tròn cắt đường tròn tại hai điểm chia 2 và 6.

Điểm đối diện với điểm 1 trên đường kính là điểm chia 4. Lấy điểm 4 làm tâm, quay một cung tròn cùng bán kính R với đường tròn cần chia. Cung tròn cắt đường tròn tại hai điểm chia 3 và 5. Các điểm chia 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 chia đường tròn thành 6 phần bằng nhau.







Hình lục giác đều và ứng dụng của nó

Chia đường tròn thành nhiều phần bằng nhau

Các nhà toán học cổ có thể chia đường tròn làm 2 – 3 – 4 – 5 – 6 và các bội số của chúng. Nhà toán học thiên tài Gauss đã chia đường tròn thành 17 phần bằng nhau.

Tuy nhiên để chia đường tròn thành 7, 9, 11 phần bằng nhau *bằng thước kẻ và compa thì cho đến nay người ta vẫn* chưa làm được.

Trong thực tế, khi cần chia đường tròn thành n phần bằng nhau hoặc khi cần xác định đa giác đều n cạnh, người ta áp dụng công thức tính toán cạnh đa giác đều hoặc chiều dài dây cung như sau:

L = D.k

Với :

L là chiều dài dây cung, bằng cạnh đa giác đều nội tiếp.

D là đường kính của đường tròn cần phân chia.

k là hệ số tương ứng với số cạnh n của đa giác đều.

Để việc ứng dụng được nhanh chóng, người ta đã tạo ra một bảng hệ số k theo số cạnh n của đa giác đều. Tất nhiên với giá trị hệ số k là số thập phân thì sẽ có sai số trong tính toán. Tuy nhiên do sai số rất bé, tương đương với sai số khi vẽ cạnh đa giác đều bằng thước kẻ và compa nên trong thực tế vẫn áp dụng bảng hệ số này.

Sau khi tính được chiều dài dây cung (còn gọi là cạnh đa giác đều nội tiếp), dùng compa để xác định vị trí các điểm chia trên đường tròn đường kính D.

Bảng hệ số k theo số cạnh n

Số cạnh n	Hệ số k	Số cạnh n	Hệ số k
3	0,86603	14	0,22252
4	0,70711	15	0,20791
5	0,58779	16	0,19509
6	0,50000	17	0,18375
7	0,43388	18	0,17365
8	0,38268	19	0,16460
9	0,34202	20	0,15643
10	0,30902	21	0,14904
11	0,28173	22	0,14232
12	0,25882	23	0,13617
13	0,23932	24	0,13053

CÔNG THỨC TÍNH THỂ TÍCH VẠN NĂNG SIMPSON

Để tính thể tích cho hình lăng trụ có hai đáy song song, nhà toán học Simpson đã đưa ra công thức vạn năng:

$$V = \left(\frac{h}{6}\right).(S_1 + 4.S_2 + S_3)$$

Trong đó:

h : chiều cao của hình khối

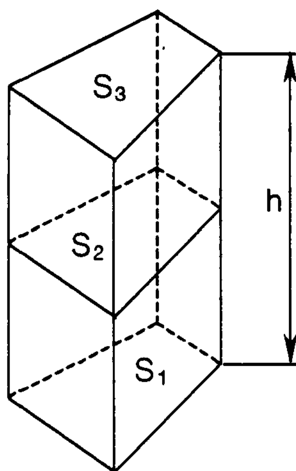
S_1 : diện tích đáy

S_2 : diện tích thiết diện ở giữa

S_3 : diện tích mặt trên

Để hiểu rõ công thức vạn năng của Simpson, chúng ta áp dụng vào các dạng hình khối: khối hình lăng trụ, khối hình trụ, khối hình nón, khối hình chóp, khối hình nón cụt, khối hình chóp cụt, khối hình cầu.

Khối hình lăng trụ

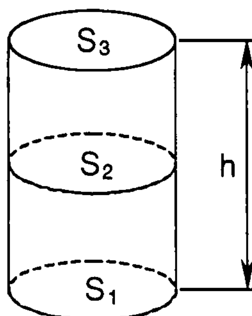


Trong khối lăng trụ, diện tích mặt đáy, diện tích thiết diện ở giữa và diện tích mặt trên giống như nhau. Thể tích được tính bằng tích số giữa diện tích đáy và chiều cao của hình khối lăng trụ.

$$S_1 = S_2 = S_3$$

$$V = (\frac{h}{6}).(S_1 + 4.S_1 + S_1) = S_1.h$$

Khối hình trụ

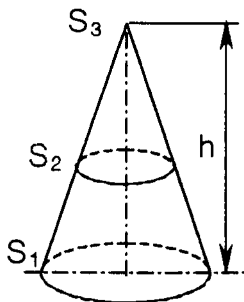


Trong khối hình trụ, diện tích mặt đáy, diện tích thiết diện ở giữa và diện tích mặt trên giống như nhau. Thể tích bằng tích số giữa diện tích đáy và chiều cao của hình trụ.

$$S_1 = S_2 = S_3$$

$$\boxed{V = (\frac{h}{6}).(S_1 + 4.S_1 + S_1) = S_1.h}$$

Khối hình nón



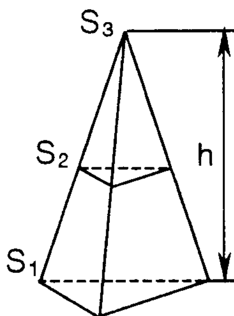
Trong khối hình nón, diện tích thiết diện ở giữa S_2 bằng nửa diện tích mặt đáy S_1, diện tích $S_3 = 0$.

$S_1 = 2 . S_2$

$S_3 = 0$

$$V = (\frac{h}{6}).(S_1 + 4.(\frac{S_1}{2}) + 0) = \frac{S_1 . h}{3}$$

Khối hình chóp



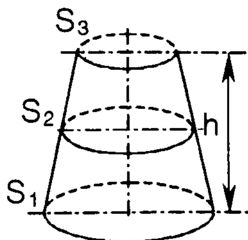
Tương tự khối hình nón:

$S_1 = 2 . S_2$

$S_3 = 0$

$$V = (\frac{h}{6}).(S_1 + 4.(\frac{S_1}{2}) + 0) = \frac{S_1 . h}{3}$$

Khối hình nón cụt



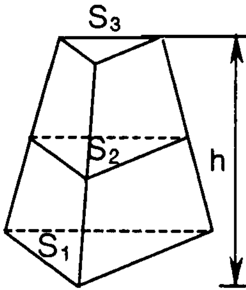
$S_2 = (S_1 + S_3) : 2$

Thể tích:

$$V = (\frac{h}{6})(\pi.R^2 + 4.\pi.\frac{(R + r)^2}{2} + \pi.r^2)$$

$$V = (\frac{h}{3}).\pi.(R^2 + R.r + r^2)$$

Khối hình chóp cụt

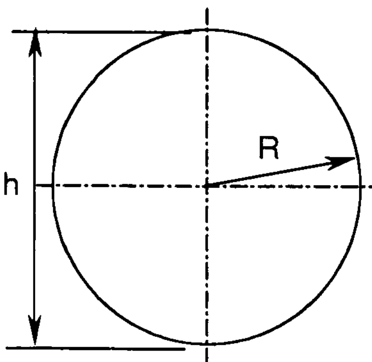


$S_2 = (S_1 + S_3) : 2$

Thể tích:

$$V = \left(\frac{h}{6}\right).\left(S_1 + 4.\left(\frac{S_1 + S_3}{2}\right) + S_3\right)$$

Khối hình cầu



h: Chiều cao, cũng là đường kính

R: Bán kính hình cầu

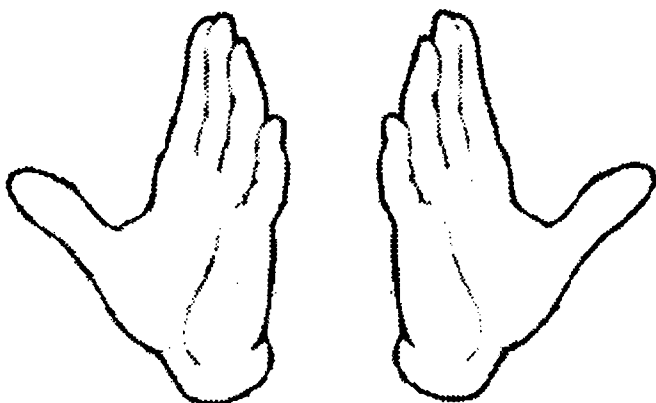
V: Thể tích

$$V = \left(\frac{2.R}{6}\right).(0 + 4.\pi.R^2 + 0)$$

$$V = \frac{4}{3}.\pi.R^3 = \frac{\pi.D^3}{6}$$

Tính cửu chương 9 bằng tay

Ở Việt Nam, người xưa chẳng có máy tính bỏ túi mà người có bàn tính không nhiều. Người xưa dùng hai bàn tay để làm các phép tính đơn giản như cộng – trừ – nhân – chia. Vậy, người xưa tính cửu chương 9 bằng tay như thế nào?



Với 9 x 1:

Xòe hai bàn tay ngửa ra, tất nhiên là có mười ngón tay. Khi nhân 1 thì cúp ngón tay cái bên bàn tay trái lại. Còn lại **9** ngón tay. Vậy 9 x 1 = **9**.

Với 9 x 2:

Xòe hai bàn tay ngửa ra, khi nhân 2 thì đếm từ ngón cái của bàn tay trái đến ngón trỏ là (1 – 2), cúp ngón tay trỏ bên bàn tay trái lại. Còn lại **1** ngón tay cái bàn tay trái chỉ hàng chục, **8** ngón còn lại sau cúp ngón tay trỏ bên bàn tay trái là hàng đơn vị. Vậy 9 x 2 = **18**.

Với 9 x 3:

Xòe hai bàn tay ngửa ra, khi nhân 3 thì đếm từ ngón cái của bàn tay trái đến ngón giữa là (1 – 3), cúp ngón tay giữa ở bàn tay trái lại. Bên trái ngón giữa bàn tay trái có **2** ngón tay

đang xòe ra chỉ hàng chục, **7** ngón tay bên phải ngón giữa đang xòe ra chỉ hàng đơn vị. Như vậy ta biết 9 x 3 = **27**.

Với 9 x 4:

Xòe hai bàn tay ngửa ra, khi nhân 4 thì đếm từ ngón cái của bàn tay trái đến ngón áp út là (1 – 4), cúp ngón tay áp út ở bàn tay trái lại. Bên trái ngón áp út bàn tay trái có **3** ngón tay đang xòe ra chỉ hàng chục, **6** ngón tay bên phải ngón áp út đang xòe ra chỉ hàng đơn vị. Như vậy ta biết 9 x 4 = **36**.

Với 9 x 5:

Xòe hai bàn tay ngửa ra, khi nhân 5 thì đếm từ ngón cái của bàn tay trái đến ngón út là (1 – 5), cúp ngón tay út ở bàn tay trái lại. Bên trái ngón út bàn tay trái có **4** ngón tay đang xòe ra chỉ hàng chục, **5** ngón tay bên phải ngón út đang xòe ra chỉ hàng đơn vị. Vậy 9 x 5 = **45**.

Với 9 x 6:

Xòe hai bàn tay ngửa ra, khi nhân 6 thì đếm đến ngón út của bàn tay phải là (1 – 6), cúp ngón tay út ở bàn tay phải lại. Bên trái có **5** ngón tay đang xòe ra chỉ hàng chục, **4** ngón tay bên phải ngón út đang xòe ra chỉ hàng đơn vị. Như vậy ta biết 9 x 6 = **54**.

Với 9 x 7:

Xòe hai bàn tay ngửa ra, khi nhân 7 thì đếm đến ngón áp út của bàn tay phải là (1 – 7), cúp ngón tay áp út ở bàn tay phải lại. Bên trái có **6** ngón tay đang xòe ra chỉ hàng chục, **3** ngón tay bên phải ngón áp út đang xòe ra chỉ hàng đơn vị. Như vậy ta biết 9 x 7 = **63**.

Với 9 x 8:

Xòe hai bàn tay ngửa ra, khi nhân 8 thì đếm đến ngón giữa của bàn tay phải là (1 – 8), cúp ngón tay giữa ở bàn tay phải lại. Bên trái có **7** ngón tay đang xòe ra chỉ hàng chục, **2** ngón

tay bên phải ngón giữa đang xòe ra chỉ hàng đơn vị. Như vậy ta biết 9 x 8 = **72**.

Với 9 x 9:

Xòe hai bàn tay ngửa ra, khi nhân 9 thì đếm đến ngón trỏ của bàn tay phải là (1 – 9), cúp ngón tay trỏ ở bàn tay phải lại. Bên trái có **8** ngón tay đang xòe ra chỉ hàng chục, **1** ngón tay bên phải ngón trỏ đang xòe ra chỉ hàng đơn vị. Như vậy ta biết 9 x 9 = **81**.

Với 9 x 10:

Xòe hai bàn tay ngửa ra, khi nhân 10 thì đếm đến ngón cái của bàn tay phải là (1 – 10), cúp ngón tay cái ở bàn tay phải lại. Bên trái có **9** ngón tay đang xòe ra chỉ hàng chục, bên phải ngón cái **0** có ngón tay nào đang xòe chỉ hàng đơn vị. Như vậy ta biết 9 x 10 = **90**.

Tính cửu chương 9 bằng tay thật là đơn giản.

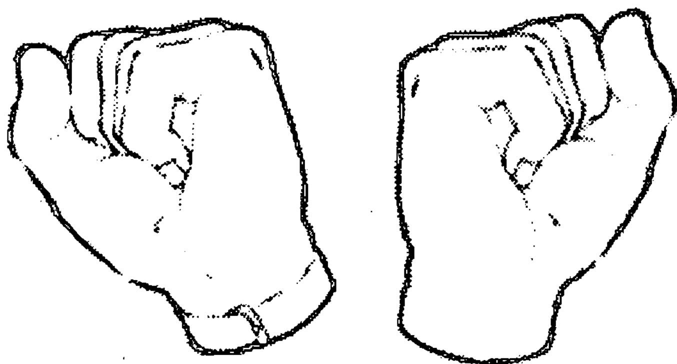
Tính cửu chương bằng tay

Chúng ta đã biết cách tính cửu chương 9 bằng tay. Thế còn khi nhân cho 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 thì sao? Người xưa có cách tính tay hay không? Tất nhiên là có, chúng ta cùng nhau xem lại cách tính tay giữa các số lớn hơn bốn trong bảng cửu chương[1].

Để tính tay dạng này, chúng ta ngửa hai bàn tay ra nhưng nắm lại. Bàn tay đang nắm tượng trưng cho số 5.

---

[1] Tác giả: Cách tính tay tôi đã học ở những năm tiểu học. Rất tiếc, vì cách nay đã mấy chục năm rồi, tôi không còn nhớ hết cách tính cho các số nhỏ hơn 5.



6 x 7 = ?

Xòe ngón cái của bàn tay trái ra để thành số 6 (vì nắm hết là số 5).

Xòe ngón cái và ngón trỏ của bàn tay phải ra để thành số 7 (vì nắm hết là số 5). Như vậy, ở hai tay có 3 ngón xòe và 7 ngón cụp.

Lấy số ngón tay đang xòe ra ở bàn tay trái cộng cho số ngón tay đang xòe ra ở bàn tay phải để có số chỉ hàng chục. Theo ví dụ là:

1 + 2 = 3 (chục)

Lấy số ngón tay đang cúp ở bàn tay trái nhân cho số ngón tay đang cúp ở bàn tay phải để có số chỉ hàng đơn vị. Theo ví dụ là:

4 x 3 = 12 (đơn vị)

Cộng hai kết quả lại để có:

30 + 12 = 42

Như vậy: 6 x 7 = 42

8 x 9 = ?

Xòe 3 ngón của bàn tay trái ra để thành số 8.

Xòe 4 ngón của bàn tay phải ra để thành số 9.

Lấy 3 ngón tay đang xòe ra ở bàn tay trái cộng cho 4 ngón tay đang xòe ra ở bàn tay phải để có số chỉ hàng chục. Theo ví dụ là:

3 + 4 = 7 (chục)

Lấy 2 ngón tay đang cúp ở bàn tay trái nhân cho 1 ngón tay đang cúp ở bàn tay phải để có số chỉ hàng đơn vị. Theo ví dụ là:

2 x 1 = 2 (đơn vị)

Cộng hai kết quả lại để có:

70 + 2 = 72

Nhân nhanh một số bất kỳ cho 9

Ngày nay, học sinh từ cấp II trở lên có thể dùng máy tính để tính nhanh các phép toán. Trước đây, khi máy tính chưa xuất hiện, học sinh cần phải biết một số cách tính toán nhanh. Chúng ta đã biết cách tính cửu chương 9 bằng tay. Thế nhưng trong học sinh thời trước có truyền nhau một cách tính có thể nhân một số bất kỳ với 9 rất nhanh chóng. Cách tính đó rất đơn giản. Chúng ta sẽ hiểu rõ hơn qua các ví dụ sau:

Tính: 98743 x 9 = ?

+ Thêm số không trước và sau số cần nhân:

  98743 → 0987430

+ Lấy số bên phải trừ cho số liền bên trái. Nếu số bị trừ nhỏ thì cần phải mượn 1, sau đó sẽ nhớ trả lại. Số đầu tiên bên phải là 0, số liền bên trái là 3. Vì vây phải mượn 1 để thành 10 – 3.

$$\frac{0987430}{7}$$ 10 − 3 = 7 nhớ 1

\+ Lấy số bên phải trừ cho liền bên trái. Số tiếp bên phải là 3, số liền bên trái là 4 và trả lại 1 đã nhớ ở bước trước. Số 3 cần phải mượn 1 để thành số 13.

$$\frac{0987430}{87}$$ 13 − (4 + 1) = 8 nhớ 1

\+ Số tiếp bên phải là 4, số liền bên trái là 7 và trả lại 1 đã nhớ ở bước trước. Số 4 cần phải mượn thêm 1 để thành số 14.

$$\frac{0987430}{687}$$ 14 − (7 + 1) = 6 nhớ 1

\+ Số tiếp bên phải là 7, số liền bên trái là 8 và trả lại 1 đã nhớ ở bước trước. Số 7 cần phải mượn thêm 1 để thành số 17.

$$\frac{0987430}{8687}$$ 17 − (8 + 1) = 8 nhớ 1

\+ Số tiếp bên phải là 8, số liền bên trái là 9 và trả lại 1 đã nhớ ở bước trước. Số 8 cần phải mượn thêm 1 để thành số 18.

$$\frac{0987430}{88687}$$ 18 − (9 + 1) = 8 nhớ 1

\+ Số tiếp bên phải là 9, số liền bên trái là 0 và trả lại 1 đã nhớ ở bước trước. Số 9 không cần mượn thêm 1.

$$\frac{0987430}{888687}$$ 9 − (0 + 1) = 8

Vậy: **98743 x 9 = 888687**

Tính: 31502 x 9 = ?

+ Thêm số không: 31502 → 0315020

+ Số đầu tiên bên phải là 0, số liền bên trái là 2. Vì vậy phải mượn 1 để thành 10 – 2.

$$\frac{0315020}{8}$$ 10 – 2 = 8 nhớ 1

+ Số tiếp theo bên phải là 2, số liền bên trái là 0, cộng thêm 1. Mượn 1 cho 2 để thành 12.

$$\frac{0315020}{18}$$ 12 – (0 + 1) = 11 nhớ 1, giữ 1

+ Số tiếp theo bên phải là 0, số liền bên trái là 5, cộng thêm 1 và bớt 1 đã giữ. Mượn 1 cho 0 để thành 10.

$$\frac{0315020}{518}$$ 10 – (5 +1 – 1) = 5 nhớ 1

+ Số tiếp theo bên phải là 5, số liền bên trái là 1, cộng thêm 1 đã giữ. Mượn 1 cho 5 để thành 15.

$$\frac{0315020}{3518}$$ 15 – (1 + 1) = 13 nhớ 1, giữ 1

+ Số tiếp theo bên phải là 1, số liền bên trái là 3, cộng thêm 1 và bớt 1 đã giữ. Mượn 1 cho 1 để thành 11.

$$\frac{0315020}{83518}$$ 11 – (3 +1 – 1) = 8 nhớ 1

+ Số tiếp theo bên phải là 3, số liền bên trái là 0, cộng thêm 1 đã giữ.

$$\frac{0315020}{283518}$$ 3 – (0 + 1) = 2

Vậy: **31502 x 9 = 283518**

Nhân nhanh một số bất kỳ cho 11

Cách tính toán rất đơn giản. Chúng ta từng bước làm theo ví dụ sau:

3674 x 11 = ?

Chúng ta ghi lại số hàng đơn vị là 4.

3674 x 11 = ? 4

Tiếp theo, lấy số hàng đơn vị cộng với số hàng chục. Vì lớn hơn mười thì phải nhớ 1. Theo ví dụ là: 4 + 7 = 11. Như vậy, viết 1 và nhớ 1.

3674 x 11 = ? 14

Tiếp theo, lấy hàng chục cộng với số hàng trăm. Vì lớn hơn mười thì phải nhớ 1. Theo ví dụ là: 7 + 6 + 1 = 14 (cộng thêm 1 đã nhớ ở bước trước). Như vậy viết 4 và nhớ 1 cho bước sau.

3674 x 11 = ? 414

Tiếp theo, lấy hàng trăm cộng với số hàng ngàn. Theo ví dụ là: 6 + 3 + 1 = 10 (cộng thêm 1 đã nhớ ở bước trước). Như vậy, viết 0 và nhớ 1 cho bước sau.

3674 x 11 = ?0414

Tiếp theo, lấy hàng ngàn cộng thêm 1 đã nhớ ở bước trước. Đó là: 3 + 1 = 4. Phép nhân 11 với số 3674 đã tính xong.

3674 x 11 = 40414

NHÂN NHANH MỘT SỐ BẤT KỲ CHO 12

Cách tính toán rất đơn giản. Chúng ta từng bước làm theo ví dụ sau:

3674 x 12 = ?

Lấy 2 nhân cho số hàng đơn vị là 4 để được 8

3674 x 12 = ? 8

Tiếp theo, lấy 2 nhân cho số hàng chục, cộng cho số hàng đơn vị: (2 x 7) + 4 = 18. Viết số 8, nhớ 1.

3674 x 12 = ? 88

Lấy 2 nhân cho số hàng trăm, cộng cho số hàng chục và cộng 1 đã nhớ ở bước trên: (2 x 6) + 7 + 1 = 20. Viết số 0, nhớ 2.

3674 x 12 = ? 088

Lấy 2 nhân cho số hàng ngàn, cộng cho số hàng trăm và cộng 2 đã nhớ ở bước trên: (2 x 3) + 6 + 2 = 14. Viết số 4, nhớ 1.

3674 x 12 = ?4088

Lấy số hàng ngàn cộng cho số 1 đã nhớ ở bước trên: 3 + 1 = 4. Viết số 4.

3674 x 12 = 44088

Phép nhân 12 với số 3674 đã tính xong.

3674 x 12 = 44088

Nhân nhanh một số bất kỳ cho 13

Cách tính tương tự khi nhân cho 12. Chúng ta từng bước làm theo ví dụ sau:

3674 x 13 = ?

Lấy 3 nhân cho số hàng đơn vị là 4 để được 12. Viết số 2, nhớ 1.

3674 x 13 = ? 2

Lấy 3 nhân cho số hàng chục, cộng cho số hàng đơn vị, cộng thêm 1 đã nhớ (3 x 7) + 4 + 1 = 26. Viết số 6, nhớ 2.

3674 x 13 = ? 62

Lấy 3 nhân cho số hàng trăm, cộng cho số hàng chục và cộng 2 đã nhớ ở bước trên: (3 x 6) + 7 + 2 = 27. Viết số 7, nhớ 2.

3674 x 13 = ? 762

Lấy 3 nhân cho số hàng ngàn, cộng cho số hàng trăm và cộng 2 đã nhớ ở bước trên: (3 x 3) + 6 + 2 = 17. Viết số 7, nhớ 1.

3674 x 13 = ?7762

Lấy số hàng ngàn cộng cho số 1 đã nhớ ở bước trên: 3 + 1 = 4. Viết số 4.

3674 x 13 = 47762

Phép nhân 13 với số 3674 đã tính xong.

Nhân nhanh một số bất kỳ cho 14

Cách tính tương tự khi nhân cho 13. Chúng ta từng bước làm theo ví dụ sau: **3674 x 14 = ?**

Lấy 4 nhân cho số hàng đơn vị là 4 để được 16. Viết số 6, nhớ 1.

3674 x 14 = ? 6

Lấy 4 nhân cho số hàng chục, cộng cho số hàng đơn vị, cộng thêm 1 đã nhớ (4 x 7) + 4 + 1 = 33. Viết số 3, nhớ 3.

3674 x 14 = ? 36

Lấy 4 nhân cho số hàng trăm, cộng cho số hàng chục và cộng 3 đã nhớ ở bước trên: (4 x 6) + 7 + 3 = 34. Viết số 4, nhớ số 3.

3674 x 14 = ? 436

Lấy 4 nhân cho số hàng ngàn, cộng cho số hàng trăm và cộng 3 đã nhớ ở bước trên: (4 x 3) + 6 + 3 = 21. Viết số 1, nhớ số 2.

3674 x 14 = ? 1436

Lấy số hàng ngàn cộng cho số 2 đã nhớ ở bước trên: 3 + 2 = 5. Viết số 5.

3674 x 14 = 51436

Phép nhân 14 với số 3674 đã tính xong. Với cách tính đó, chúng ta có thể nhân nhanh một số bất kỳ cho các số 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19.

Bình phương nhanh số có chữ số tận cùng bằng 5

Với số có chữ số tận cùng bằng 5, chúng ta có cách tính bình phương rất nhanh:

– Số tận cùng 5 được nhân cho chính nó:

5 x 5 = 25

– Số hàng chục nhân cho số hơn nó một đơn vị:

a x (a + 1)

– Lấy kết quả đặt trước số 25 để có số bình phương.

***Ví dụ:* Tính 65^2 = ?**

– Số tận cùng 5 được nhân cho chính nó:

5 x 5 = 25

– Số hàng 6 ở hàng chục nhân cho số hơn nó một đơn vị là số 7:

$$6 \times 7 = 42$$

– Lấy số 42 đặt trước số 25 để có số bình phương: 4225.

Nếu số cần bình phương là số hàng trăm, cách tính cũng tương tự.

– Số tận cùng 5 được nhân cho chính nó:

$$5 \times 5 = 25$$

– Lấy số trước 5 nhân cho số hơn nó một đơn vị.

– Lấy kết quả đặt trước số 25 để có số bình phương.

Bình phương số có chữ số bắt đầu là 5

Với số có chữ số bắt đầu bằng 5, chúng ta có cách tính bình phương rất nhanh:

– Số cuối của đáp số là bình phương của số hàng đơn vị:

$$a \times a = a^2$$

– Trước đó là số được tạo ra bằng $5^2 = 25$, cộng với số đơn vị đã cho:

$$25 + a$$

Ví dụ: Tính $54^2 = ?$

– Số cuối của đáp số là bình phương của số hàng đơn vị:

$$4 \times 4 = 16$$

– Trước đó là số được tạo ra bằng 52 = 25, cộng với số đơn vị đã cho:

$$25 + 4 = 29$$

– Vậy: $54^2 = 2916$

Bình phương số có các số hạng là số 1

Với số có các số hạng là số 1, chúng ta có cách bình phương rất nhanh. Chúng ta đếm trong số cần bình phương có bao nhiêu số 1. Đặt tổng số đó ở giữa, giảm dần về hai bên cho đến 1. Chúng ta đã có số bình phương.

Ví dụ cần bình phương số:

$$1111111^2$$

Có tất cả 7 con số 1, viết số 7 ở giữa, giảm dần về hai đầu để có số:

$$\mathbf{1111111^2 = 1234567654321}$$

Bình phương các số từ 11 đến 19

Với số có các số từ 11 đến 19 chúng ta có cách bình phương khá nhanh. Để dễ dàng theo dõi, chúng ta làm ví dụ, bình phương số 17.

– Bình phương số hàng đơn vị: $7^2 = 49$. Viết số **9** và nhớ số 4.
– Lấy số cần bình phương là 17 cộng với số hàng đơn vị, cộng với số 4 đã nhớ ở bước trước.

$$17 + 7 + 4 = \mathbf{28}$$

Vậy số cần tìm là:

$$\mathbf{17^2 = 289}$$

Như vậy, nếu số hàng đơn vị nhỏ hơn 5 thì sẽ không có phải nhớ. Lúc ấy chỉ cần lấy số bình phương cộng cho số hàng đơn vị. Ví dụ: **13^2 = ?**

- Bình phương số hàng đơn vị: $3^2 = 9$. Viết số **9**.
- Lấy số cần bình phương là 13 cộng với số hàng đơn vị là 3 để có: 13 + 3 = **16**

Vậy số cần tìm là: **$13^2 = 169$**

Bình phương số có hai chữ số có chữ số hàng đơn vị là 1

Với số có các số có hai chữ số có chữ số hàng đơn vị là 1 chúng ta có cách bình phương khá nhanh. Để dễ dàng theo dõi, chúng ta làm ví dụ, bình phương số 61.

- Viết lại số **1** làm số đơn vị.
- Nhân 2 cho số hàng chục. Viết biểu diễn cho hàng chục: 6 x 2 = 12. Viết **2**, nhớ 1.
- Bình phương số hàng chục và cộng với số đã nhớ và đặt vào trước hàng chục.

$$6^2 + 1 = \mathbf{37}$$

- Vậy: **$61^2 = 3721$**

Bình phương hai số bất kỳ

Cho số ab bất kỳ (với a: số hàng chục, b: số hàng đơn vị), chúng ta có cách bình phương nhanh như sau:

- Bình phương số b lấy làm số hàng đơn vị.
- Lấy 2 nhân cho a và nhân cho b, lấy làm số hàng chục.
- Bình phương số a lấy làm số hàng trăm.

$$\begin{array}{c} a \times b \\ a \times b \\ \hline a^2 + 2.a.b + b^2 \end{array}$$

Ví dụ 1: **Tính 31^2 = ?**

– Bình phương số 1 lấy làm số hàng đơn vị:

$$1^2 = 1$$

– Lấy 2 nhân cho a và nhân cho b, lấy làm số hàng chục:

$$2 . 1 . 3 = 6$$

– Bình phương số số a lấy làm số hàng trăm:

$$3^2 = 9$$

– Vậy $31^2 = 961$

Ví dụ 2: **Tính 68^2 = ?**

– Bình phương số 8 lấy số 4 làm đơn vị, số 6 ở hàng chục phải ghi nhớ:

$$8^2 = 64$$

– Lấy 2 nhân cho a và nhân cho b:

$$2 . 6 . 8 = 96$$

Lấy 6 hàng chục nhớ ở trên cộng vào thành:

$$96 + 6 = 102$$

Viết số 2 cho hàng chục, nhớ số 10.

– Bình phương số 6 lấy làm số hàng trăm:

$$6^2 = 36$$

– Cộng thêm vào số 10 đã nhớ ở trên để có:

$$36 + 10 = 46$$

– Vậy **68^2 = 4624**

Có thể áp dụng để bình phương số abc bất kỳ (với a: số hàng chục, b: số hàng đơn vị, c: hàng trăm) bằng cách sau:

- Tách số abc thành: a + bc. Ví dụ số 534 được tách ra thành: 500 + 34
- Bình phương số a. Theo ví dụ trên là $500^2 = 250000$.
- Bình phương số bc (giống như mục 4). Theo ví dụ trên là $34^2 = 1156$.
- Lấy 2 nhân a và nhân cho bc. Theo ví dụ trên là 2 x 500 x 34 = 34000.
- Cộng các kết quả lại để có số bình phương:

$$534^2 = 250000 + 1156 + 34000 = 285156$$

534^2 = 285156

Tìm số nguyên tố từ tam thức

Một số người cho rằng, nhà toán học Euler đã nghĩ ra tính chất đặc biệt của các đa thức sau:

1. Tìm số nguyên tố với đa thức: $4x^2 + 2x + 17$

Chúng ta thế x lần lượt bằng các số tự nhiên 0; 1; 2 vào tam thức bậc hai $4x^2 + 2x + 17$ thì sẽ được 3 số nguyên tố 17; 23; 37. Chúng ta thế x lần lượt bằng các số –1; – 2 vào tam thức bậc hai $4x^2 + 2x + 17$ thì sẽ được 3 số nguyên tố 19; 29.

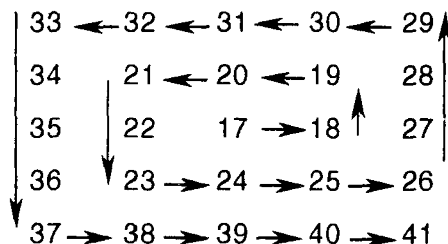
với x = 0 thì $4x^2 + 2x + 17 = 17$

với x = 1 thì $4x^2 + 2x + 17 = 23$

với x = 2 thì $4x^2 + 2x + 17 = 37$

với x = −1 thì $4x^2 + 2x + 17 = 19$

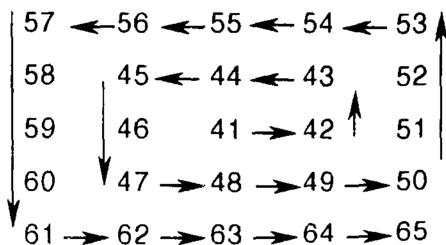
với x = −2 thì $4x^2 + 2x + 17 = 29$



Nếu lấy số 17 làm số bắt đầu và lập bảng theo đường xoắn ốc, chúng ta thấy một điều lý thú là các số nguyên tố vừa tính toán xong (17; 19; 23; 29; 37) dọc theo đường chéo chính.

2. Tìm số nguyên tố với đa thức: $x^2 + x + 41$

Chúng ta thế x lần lượt bằng các số tự nhiên 0; 1; 2; 3; 4 vào tam thức bậc hai $x^2 + 4x + 41$ thì sẽ được 5 số nguyên tố 41; 43; 47; 53 và 61.



3. Tìm số nguyên tố với đa thức: $x^2 + x + 41$

Chúng ta thế x lần lượt bằng các số tự nhiên từ 0 đến 39 thì sẽ được 40 số nguyên tố: 41; 43; 47; 53; 61; 71; 83; 97; 113; 131; 151; 173; 197; 223; 251; 281; 313; 347; 383; 421; 461; 503; 547; 593; 641; 691; 743; 797; 853; 911; 971; 1033; 1097; 1163; 1231; 1301; 1373; 1447; 1523; 1601.

$0^2 + 0 + 41 \quad = \quad 41$

$1^2 + 1 + 41 \quad = \quad 43$

$2^2 + 2 + 41 \quad = \quad 47$ ... ...

4. Tìm số nguyên tố với đa thức: $x^2 + 79x + 1601$

Chúng ta thế x lần lượt bằng các số tự nhiên từ 0 đến 79 thì sẽ được 80 số nguyên tố bắt đầu từ 1601:

$0^2 + 0 + 1061 \quad = \quad 1061$

$1^2 + 79 + 1061 \quad = \quad 1681$

$2^2 + 2.79 + 1061 = \quad 1763$ ... ...

1601; 1681; 1763; 1847; 1933; 2021; 2111; 2203; 2297; 2393; 2491; 2591; 2693; 2797; 2903; 3011; 3121; 3233; 3347; 3463; 3581; 3701; 3823; 3947; 4073; 4201; 4331; 4463; 4597; 4733; 4871; 5011; 5153; 5297; 5443; 5591; 5741; 5893; 6047; 6203; 6361; 6521; 6683; 6847; 7013; 7181; 7351; 7523; 7697; 7873; 8051; 8231; 8413; 8597; 8783; 8971; 9161; 9353; 9547; 9743; 9941; 10141; 10343; 10547; 10753; 10961; 11171; 11383; 11597; 11813; 12031; 12251; 12473; 12697; 12923; 13151; 13381; 13613; 13847; 14083.

MỤC LỤC

GIAI THOẠI TOÁN HỌC

NGUYỄN HẠNH – NGUYỄN DUY LINH

Chịu trách nhiệm xuất bản : LÊ HOÀNG
Biên tập : YẾN CA
Bìa : QUỲNH HOA DESIGN
Sửa bản in NGUYỆT KIỀU

NHÀ XUẤT BẢN TRẺ
161B, Lý Chính Thắng – Quận 3 – TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 9316289 – 9316211

In 1.500 cuốn, khổ 14 x 20 cm. Tại XN In Gia Định, số 9D Nơ Trang Long, Q. Bình Thạnn, TP. Hồ Chí Minh. ĐT: 8412644. Số đăng ký kế hoạch xuất bản: 490/10 - CXB. Do Cục Xuất bản cấp ngày 12.4.2001 và giấy trích ngang KHXB số: 38/2002. In xong và nộp lưu chiểu tháng 1 năm 2002.

Toán học đã trải qua nhiều thời kỳ phát triển với biết bao chuyện kể vui buồn, lý thú. Sự trưởng thành của toán học ngày nay có sự đóng góp công sức của những người đi trước. Dù là những sáng kiến đột xuất hay những trăn trở nhiều năm liền cũng chỉ nhằm một mục đích: chứng minh một vấn đề toán học. Trong quá trình chứng minh ấy, nhà toán học nhiều khi đã vượt qua những chặn đường gai góc, đầy gian khó đắng cay mà cũng không thiếu những vinh quang, những hạnh phúc lồng trong những giai thoại xúc động khó phai mờ.

Giá: 16.000 đ